ഗുണനിലവാരമുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം
കുട്ടികളുടെ അവകാശം
QEPR

ഒരുക്കം2009

ഒരു തീവ്രപഠന പരിപാടി

ഗണിതശാസ്ത്രം

പൊതുവിദ്യാഭ്യാസ വകുപ്പ്, കേരളം

ഒരുക്കം 2010

ആമുഖം

മികച്ച വിജയത്തിലേക്ക്

തെരഞ്ഞെടുക്കപ്പെട്ട വിദ്യാലയങ്ങളിൽ 2006ൽ ആരംഭിച്ച **ഗുണമേന്മയുള്ള വിദ്യാഭ്യാസം കുട്ടികളുടെ അവകാശം (QEPR)** പദ്ധതി അതിന്റെ ലക്ഷ്യം നേടിക്കൊണ്ട് മുന്നേറുകയാണ്. അക്കാദമികവും ഭൗതികവുമായ തലങ്ങളിൽ നിരവധി മുന്നേറ്റങ്ങൾ കൈവരിക്കുവാൻ വിദ്യാലയങ്ങൾക്ക് കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. 2009ലെ എസ്.എസ്.എൽ,സി പരീക്ഷയിൽ 25 വിദ്യാലയങ്ങൾ 100% കരസ്ഥമാക്കി. 80%ത്തിലേറെ വിദ്യാലയങ്ങളും 80%ത്തിലേറെ വിജയം നേടുകയുണ്ടായി. ഈ വിജയം നമുക്ക് മെച്ചപ്പെടുത്തേണ്ടതുണ്ട്. കേവല വിജയമല്ല മറിച്ച് മുഴുവൻ വിദ്യാർത്ഥികളെയും സി+ ന് മുകളിൽ എത്തിക്കുക എന്ന ലക്ഷ്യമാണ് നമ്മൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നത്. ഈ ലക്ഷ്യം മുന്നിൽ കണ്ടുകൊണ്ട് ഒട്ടേറെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ആവിഷ്കരിച്ചു നടപ്പാക്കി വരുകയാണ്. (കൗൺസലിംഗ്, മെഡിക്കൽ ക്യാമ്പുകൾ, സഹവാസക്യാമ്പുകൾ, അന്വേഷണാത്മക പ്രവർത്തനങ്ങൾ തുടങ്ങിയവ)

മികച്ച വിജയം ലക്ഷ്യമാക്കി 2010 ജനുവരി 26 മുതൽ എല്ലാ ക്യൂ.ഇ.പി.ആർ വിദ്യാലയങ്ങളിലും പ്രത്യേക ക്യാമ്പുകൾ നടത്തുവാൻ തീരുമാനിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ പരിപാടിയുടെ കാര്യക്ഷമമായ നടത്തിപ്പിന് വേണ്ടിയാണ് **ഒരുക്കം** എന്ന പഠനസഹായി തയ്യാറാക്കിയിട്ടുള്ളത്. സർഗ്ഗാത്മകമായ പുനരനുഭവപ്രവർത്തനങ്ങൾ, മൂല്യനിർണയപ്രവർത്തനങ്ങൾ, അവയുടെ വിശകലനം എന്നിവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന **ഒരുക്കം** കുട്ടികളെ പരീക്ഷയ്ക്ക് സജ്ജരാക്കുന്നതിന് വേണ്ടി പ്രയോജനപ്പെടുത്തേണ്ടതാണ്.

വിദ്യാർത്ഥികൾ, രക്ഷിതാക്കൾ, പ്രാദേശിക ഭരണകൂടങ്ങൾ, വിദ്യാഭ്യാസ പ്രവർത്തകർ തുടങ്ങിയവരുടെ കൂട്ടായ പരിശ്രമത്തിലൂടെ 2009 – 10 വർഷം ഗുണനിലവാരത്തോടെ മികച്ച വിജയം നേടിയെടുക്കാനുള്ള വർഷമായി മാറട്ടെ എന്നും മികച്ച വിജയം നേടാൻ എല്ലാ വിദ്യാലയങ്ങൾക്കും കഴിയട്ടെ എന്നും ആശംസിച്ചുകൊണ്ട്

വിജയാശംസകളോടെ

എ.പി.എം.മുഹമ്മദ് ഹനീഷ് ഐ.എ.എസ്
പൊതു വിദ്യാഭ്യാസ ഡയറക്ടർ

ഒരുക്കം 2010

പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ - ഗണിതം

- പാഠപുസ്തകങ്ങളിലെ ആശയങ്ങൾ കൂടുതൽ ദൃഢമാക്കുന്നതിന് അനുയോജ്യമായ പ്രവർത്തനങ്ങളാണ് ഇവിടെ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിരിക്കുന്നത്.
- ഗണിതത്തിൽ വളരെ പിന്നാക്കം നിൽക്കുന്ന കുട്ടികളെ ഉദ്ദേശിച്ച് തയാറാക്കിയിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളാണെങ്കിലും നമ്മുടെ സ്കൂളുകളിൽ ഗണിതത്തിൽ മികച്ച നിലവാരം പുലർത്തുന്ന കുട്ടികൾക്കു കുടിയുള്ള പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ഇതിൽ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിട്ടുണ്ട്.
- പാഠപുസ്തകത്തിൽ സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്ന രീതികളിൽ നിന്നും വ്യത്യസ്തമായ ചില രീതികൾ ചില മേഖലകളിൽ ഉൾപ്പെടുത്തിയിട്ടുണ്ട്.
- അവസാന സമയങ്ങളിൽ ഈ രീതികൾ സ്വീകരിക്കുന്നത് പ്രയാസകരമാകുമെങ്കിലും അത് ഒഴിവാക്കി പഴയരീതികൾ തന്നെ സ്വീകരിക്കാം. എന്നാൽ തുടർന്നുള്ള വർഷങ്ങളിൽ ഈ രീതികൾ പ്രയോജനപ്പെടുത്താവുന്നതാണ്.
- ഓരോ മേഖലയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട് കൂടുതൽ പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ ഇതിൽ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇവ മുഴുവനായും ക്ലാസിൽ ചെയ്തു തീർക്കാൻ ശ്രമിക്കാതെ അവശ്യമായവ ക്ലാസിൽ ചെയ്യുകയും മറ്റുള്ളവ ഹോം അസൈൻമെന്റായി നൽകേണ്ടതും തൊട്ടടുത്ത ദിവസം തന്നെ വിലയിരുത്തേണ്ടതുമാണ്.
- പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് നേരത്തെ നൽകിയ സൂചനകൾ പരമാവധി പ്രയോജനപ്പെടുത്തേണ്ടതാണ്.
- 2010 മാർച്ചിലെ എസ്.എസ്.എൽ.സി. പൊതുപരീക്ഷയിൽനിന്നും ഒഴിവാക്കുവാൻ സാധ്യതയുള്ള രേഖീയസംഖ്യകൾ, വൃത്തസ്തൂപിക, ഗോളം, അർധഗോളം എന്നീ പാഠഭാഗങ്ങളിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഇതിൽ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിട്ടുണ്ട്.
- ജനുവരി 26 മുതൽ ഫെബ്രുവരി 16 വരെയള്ള 17 ദിവസങ്ങളിലായാണ് ഒരുക്കം പ്രവർത്തനങ്ങളുടെ ഒന്നാം ഘട്ടപ്രവർത്തനങ്ങൾ സ്കൂളിൽ നടക്കുന്നത്. ഓരോ ദിവസവും ഒന്നര മണിക്കൂർ ദൈർഘ്യമുള്ള 4 സെഷനുകളാണ് ഉണ്ടായിരിക്കുക. രാവിലെ 9.15 മുതൽ വൈകുന്നേരം 4.45 വരെയുള്ള ഈ സെഷനുകളിൽ ആകെ 68 സെഷനുകളാണുള്ളത്. ഇതിൽ 10 സെഷനുകളാണ് കണക്കിന് ലഭിക്കുന്നത്.

വിവിധ പാഠഭാഗങ്ങളിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾ 10 സെഷനുകൾ (15 മണിക്കൂർ) ക്രമീകരിച്ചിരിക്കുന്ന ഏകദേശരീതി ചുവടെ ചേർക്കുന്നു.

അധ്യായങ്ങൾ	സെഷനുകളുടെ എണ്ണം
സമാന്തരശ്രേണികൾ	1
വൃത്തങ്ങൾ, സ്പർശരേഖകൾ	3
ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങൾ, പോളിനോമിയലുകൾ	3
ഘനരൂപങ്ങൾ, സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സ്	1
ത്രികോണമിതി	1
നിർദ്ദേശാങ്കജ്യാമിതി	1

- ഓരോ അധ്യായത്തിന്റെയും അവസാനം അരമണിക്കൂർ ദൈർഘ്യമുള്ളതും സ്കോർ 15 ആയതുമായ ഓരോ മൂല്യനിർണയപ്രവർത്തനങ്ങൾ ഉൾപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഇത് ചെയ്യുന്നതിന് പ്രത്യേക സമയം കണ്ടെത്തേണ്ടതാണ്.

ഒരുക്കം 2010

മാതൃക പരീക്ഷാ 2010 – ന് ശേഷം സ്വീകരിക്കേണ്ട ചില നിർദ്ദേശങ്ങൾ

- ഒരുക്കം – 2010 ന്റെ രണ്ടാം ഘട്ടപ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് മൂല്യനിർണയത്തിനുശേഷം പിന്നാക്കം നിൽക്കുന്ന കുട്ടികൾക്ക് കൂടുതൽ കാര്യക്ഷമമായ രീതിയിൽ പരിശീലനം നൽകേണ്ടതാണ്. ഓരോ സ്കൂളിന്റെയും സാഹചര്യം വ്യത്യസ്തമാകുമെന്നതിനാൽ പൊതുവായ ഒരു പഠനപാക്കേജ് പ്രായോഗികമല്ല. അതിനാൽ ഈ ഘട്ടത്തിൽ കുട്ടികളുടെ നിലവാരത്തിനനുസരിച്ചുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ സ്വയം തയാറാക്കി നൽകേണ്ടതാണ്. ഇങ്ങനെ തയാറാക്കുമ്പോൾ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട ചില കാര്യങ്ങൾ.
- നിർമിതികൾ – അന്തർവൃത്തം, സ്പർശരേഖകൾ, അഭിന്നകസംഖ്യ നീളമുള്ള രേഖകൾക്ക് കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം നൽകേണ്ടതാണ്.
- സമചതുരസ്തൂപികയിലെ പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് പ്രാധാന്യം നൽകുക.
- ത്രികോണമതിയിലെ $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ എന്നീ മട്ടത്രികോണങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് പ്രാധാന്യം നൽകണം. $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ ഇവയിൽ ഒന്നിന്റെ വില തന്ന് മറ്റുള്ളവ കണ്ടെത്തുന്ന പ്രവർത്തനം.
- വൃത്തത്തിലെ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോൺ, ശിഷ്ടചാപത്തിലെ കോൺ എന്നിവയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രവർത്തനങ്ങൾ.
- സ്പർശരേഖയും സ്പർശബിന്ദുവിലെ ഞാണും തമ്മിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ, ഞാൺ അതിന്റെ മറുഖണ്ഡത്തിലുണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ.
- നിർദ്ദേശാങ്കജ്യാമിതിയിൽ ഒരു തലത്തിൽ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിലുള്ള ദൂരം കാണുക – തുടങ്ങിയ പ്രവർത്തനങ്ങൾ.
- സ്റ്റാറ്റിസ്റ്റിക്സിൽ ആവൃത്തിപ്പട്ടികയിൽ നിന്നും മാധ്യം കാണുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ.
- സമാന്തരശ്രേണിയിലെ അനുയോജ്യമായ പ്രവർത്തനങ്ങൾ.

ഈ മേഖലകളിൽ കൂടുതൽ ശ്രദ്ധനൽകി പഠനപ്രവർത്തനങ്ങൾ തയാറാക്കേണ്ടതും അവ കൃത്യമായി കുട്ടികളെക്കൊണ്ട് ചെയ്യിപ്പിക്കേണ്ടതുമാണ്.

ഒരുക്കം 2010

ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ തയാറാക്കി കുട്ടികളെക്കൊണ്ട് ചെയ്യിക്കുന്നതിനോടൊപ്പം തന്നെ.

- കുട്ടികളെ നിരുത്സാഹപ്പെടുത്തുന്ന രീതിയിലുള്ള ചോദ്യങ്ങളോ, സംഭാഷണങ്ങളോ ടീച്ച റിന്റെ ഭാഗത്ത് നിന്ന് ഉണ്ടാകാൻ പാടില്ല.

- കുട്ടിയിൽ ആത്മവിശ്വാസം ഉണ്ടാക്കാനുതകുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ മാത്രം തയാറാക്കു കയും വേണ്ട നിർദ്ദേശങ്ങളും ഉപദേശങ്ങളും അനുയോജ്യമായ രീതിയിൽ നൽകേണ്ട താണ്.

- ഓരോ പ്രവർത്തനം ചെയ്യുമ്പോഴും കഴിഞ്ഞ വർഷങ്ങളിലെ പൊതുപരീക്ഷയുടെ ചോദ്യ പേപ്പറുകൾ പൊതുവായി കുട്ടികളെ കാണിച്ച് ഇത്തരം പ്രവർത്തനങ്ങൾ നമുക്കും ചെയ്യാൻ കഴിയും എന്ന രീതി സ്വീകരിക്കേണ്ടതാണ്.

ഒരുക്കം 2010

അധ്യായം 1

സമാന്തരശ്രേണി

ഈ അധ്യായത്തിലൂടെ

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏതൊരു പദത്തിൽനിന്നും തൊട്ടു പുറകെയുള്ള പദം കുറച്ചാൽ കിട്ടുന്നത് പൊതുവ്യത്യാസമായിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ രണ്ട് പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എപ്പോഴും പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ ഗുണിതമായിരിക്കും.
- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ഏതൊരു പദവും പൊതുവ്യത്യാസവും തന്നാൽ മറ്റേതൊരു പദവും കണ്ടെത്താം.

■ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ പൊതുവ്യത്യാസം d യും n -ാം പദം tn ഉം m-ാം പദം tm ആയാൽ $tn = tm + (n - m)\,d$

$d = 4,\ t5 = 15$ ആയാൽ

$$t8 = t5 + (8 - 5)\,4$$

$$t8 = 15 + 12 = 27$$

■ $tn = a + (n - 1)\,d$ യിൽ നിന്നും $n = \frac{tn - a}{d} + 1$ കിട്ടിയതുപോലെ

$tn = tm + (n - m)\,d$ യിൽ നിന്നും $n = \qquad + m$ കിട്ടിന്നു.

ഉദാ: $d = 6$, 5-ാം പദം = 34 ആയാൽ എത്രാംപദമാണ് 76.

$t5 = 34$

$tn = 76$

$$n = \frac{tn - tm}{d} + m, \quad n = \frac{76 - 34}{6} + 5$$

$$= \frac{42}{6} + 5 = 12$$

കുറിപ്പ്: ഇത്തരം പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നതിന് ആദ്യപദം കണ്ടെത്തേണ്ടതില്ല.

- ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ നിശ്ചിതപദങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന് ഒരു ജോടി പദങ്ങളുടെ തുകയെ, ജോടികളുടെ എണ്ണം കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതി.

(കുറിപ്പ്: 20 പദങ്ങളുള്ള ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിൽ ഒന്നാം പദവും 20-ാം പദവും ചേരുന്നതാണ് ഒരു ജോടി. 2-ഉം, 19-ഉം ചേരുന്നത് മറ്റൊരു ജോടി. അതായത് പദസ്ഥാനങ്ങളുടെ തുക 21 ആവുന്ന ഏത് 2 പദങ്ങളും ഒരു ജോടിയായിരിക്കും)

ഒരുക്കം 2010

ആദ്യപദം a യും പൊതുവ്യത്യാസം d യും ആണെങ്കിൽ

$$\text{തുക} = \quad n2 + \qquad n$$

പദങ്ങളുടെ എണ്ണം ഒരു സംഖ്യയായ സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

$$\text{മധ്യപദം} = \frac{\text{ആദ്യപദം} + \text{അവസാന പദം}}{2}$$

$$\text{അല്ലെങ്കിൽ മധ്യപദം} = \frac{\text{ഒരു ജോടിയുടെ തുക}}{2}$$

പദങ്ങളുടെ തുക = മധ്യപദം . പദങ്ങളുടെ എണ്ണം

ആദ്യത്തെ n എണ്ണൽസംഖ്യകളുടെ തുക = n

തുടർച്ചയായ n ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക = n^2

(കുറിപ്പ്: ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ അവസാനത്തെ ഏതാനും ചില പ്രവർത്തനങ്ങൾ ഉയർന്ന നിലവാരക്കാർക്കുള്ളതാണ്).

പ്രവർത്തനം – 1

5, 9, 13, 17, ... ഈ ശ്രേണിയുടെ

(a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

$\left(dn + 1)d \; a - \; 2\ 2\ 2 \right)$ (b) ഈ ശ്രേണിയിലെ അടുത്ത രണ്ട് പദങ്ങൾ എഴുതുക?

(c) ഈ ശ്രേണിയുടെ 15-ാം പദവും 20-ാം പദവും കണ്ടെത്തുക.

(d) ഈ ശ്രേണിയുടെ 10-ാം പദത്തിനോട് എത്ര പൊതുവ്യത്യാസം കൂട്ടിയാൽ 18-ാം പദം കിട്ടും?

(e) ശ്രേണിയുടെ n-ാം പദം കാണുക.

പ്രവർത്തനം – 2

(a) ആദ്യപദം 4-ഉം, പൊതുവ്യത്യാസം 5-ഉം വരുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.

(b) 254 ഈ ശ്രേണിയിലെ ഒരു പദമാണോ?

(c) ഈ ശ്രേണിയിലെ 2 പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 27 ആകുമോ?

പ്രവർത്തനം – 3

70, 64, 58, ... ഈ ശ്രേണിയിൽ

(a) എത്ര അധിസംഖ്യാപദങ്ങളുണ്ട്?

(b) ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ ന്യൂനസംഖ്യാപദം എന്തായിരിക്കും?

പ്രവർത്തനം – 4

201 നും 401 നും ഇടയിൽ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക.

ഒരുക്കം 2010

(a) ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യപദം ഏത്?

(b) അവസാനപദം ഏത്?

(c) ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്?

പ്രവർത്തനം – 5

സ്കൂളിലെ കുട്ടികളെ ഒരു പ്രത്യേക പരിപാടിക്കായി ഏതാനും വരികളിലായി നിർത്തിയിരിക്കുന്നു. ഒരു വരിയിലുള്ള കുട്ടികളേക്കാൾ നിശ്ചിത എണ്ണം കുട്ടികൾ തൊട്ടടുത്ത വരിയിൽ കൂടുതലായി ഉണ്ട്. 5-ാം വരിയിൽ 41 കുട്ടികളും 9-ാം വരിയിൽ 57 കുട്ടികളും ഉണ്ട്.

(a) ഒന്നാം വരിയിലുള്ളതിനേക്കാൾ എത്ര കുട്ടികൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്ത വരിയിൽ.

(b) 16-ാമത്തെ വരിയിൽ എത്ര കുട്ടികൾ ഉണ്ട്?

(c) അവസാനത്തെ വരിയിൽ 101 കുട്ടികളാണ് ഉള്ളതെങ്കിൽ ആകെ എത്ര വരികൾ ഉണ്ട്?

(d) കുട്ടികളുടെ ആകെ എണ്ണം എത്ര?

പ്രവർത്തനം – 6

അമ്മു എഴുതിയ ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ പദങ്ങൾ ക്രമം തെറ്റിച്ച് കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. 19, 13, 28, 10, 25, 16, 22.

(a) ഇതിനെ ക്രമമായി എഴുതുക.

(b) ഈ ശ്രേണിയിലെ എത്രാമത്തെ പദമാണ് 82?

(c) 82 വരെയുള്ള പദങ്ങളുടെ തുക കാണുക?

പ്രവർത്തനം – 7

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയിലെ n-ാം പദം $6n + 4$. ശ്രേണിയുടെ

(a) പൊതുവ്യത്യാസം എത്ര?

(b) ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

(സൂചന: n-ാം പദത്തിൽ n ന്റെ ഗുണോത്തരം പൊതുവ്യത്യാസവും, ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുക ആദ്യപദവും ആണല്ലോ.

അതുപോലെ n പദങ്ങളുടെ തുകയിൽ n^2 ന്റെ ഗുണോത്തരം പൊതുവ്യത്യാസത്തിന്റെ പകുതിയും n^2 ന്റെയും n ന്റെയും ഗുണോത്തരങ്ങളുടെ തുക ആദ്യപദവും ആയിരിക്കും)

പ്രവർത്തനം – 8

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ തുടർച്ചയായ 3 പദങ്ങളുടെ തുക 30-ഉം ഗുണനഫലം 39-ഉം ആണ്. പദങ്ങൾ ഏവ?

(കുറിപ്പ്: പദങ്ങൾ $a - d, a, a + d$ എന്നിങ്ങനെ എഴുതുന്നത് ഉചിതമായിരിക്കും)

ഒരുക്കം 2010

പ്രവർത്തനം – 9

$3x + 1$, 14, $6x$, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ

(a) x ന്റെ വില എന്ത്?

(b) 13-ാം പദം എത്ര?

(c) ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക എന്ത്?

പ്രവർത്തനം – 10

ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 25 പദങ്ങളുടെ തുക 750 ആയാൽ.

(a) 13-ാം പദം എത്ര?

(b) ഇതിന്റെ പൊതുവ്യത്യാസം 5 ആയാൽ ആദ്യപദം എന്ത്?

(c) ഈ ശ്രേണിയുടെ 6-ാം പദത്തിന്റെയും 20-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര?

(സൂചന: 13-ാം പദം = $\frac{\text{25 പദങ്ങളുടെ തുക}}{25}$ ആണ്, 6-ാം പദവും, 20-ാം പദവും ഒരു ജോടിയാണ്. ഇവയുടെ തുക = 2 × 13-ാം പദം)

പ്രവർത്തനം – 11

ചോദ്യം 1 ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 9 പദങ്ങളുടെ തുക 288, ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക 20 പദങ്ങളുടെ 750 എങ്കിൽ ആദ്യത്തെ 20 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര?

(സൂചന: 9 പദങ്ങളുടെ തുകയിൽ നിന്ന് 5-ാം പദവും 15 പദങ്ങളുടെ തുകയിൽ നിന്ന് 8-ാം പദവും കണ്ടെത്തി a, d ഇവ കാണാം)

പ്രവർത്തനം – 12

ചോദ്യം 2 ഏതാനും സമാന്തരശ്രേണികളും അവയുടെ n-ാം പദങ്ങളും, ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയും ആയി ബന്ധപ്പെട്ട പട്ടിക ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നു. ഓരോ സമാന്തരശ്രേണിയുടെയും നേരെ അതിന്റെ n-ാം പദവും n പദങ്ങളുടെ തുകയും വരത്തക്കവിധത്തിൽ പട്ടിക ശരിയാക്കി എഴുതുക.

A	B	C
3, 19, 15, ...	$13 - 4n$	$4n^2 + 11n$
9, 5, 1, ...	10n - 6	$3n^2$
15, 23, 31, ...	$33 - 8n$	5n2 - n
4, 14, 24, ...	$6n - 3$	$29n - 4n^2$
25, 17, 9, ...	$8n + 7$	$11n - 2n^2$

പ്രവർത്തനം – 13

(a) 10, 16, 22, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 8 പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത 8 പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക?

(b) d പൊതുവ്യത്യാസമായി വരുന്ന ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുകയും അടുത്ത n പദങ്ങളുടെ തുകയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണുക?

(സൂചന: ഈ വ്യത്യാസം dn^2 ആണെന്ന് കണ്ടെത്താം)

പ്രവർത്തനം – 14

10, 20, 30, ...

8, 18, 28, ...

മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന 2 സമാന്തരശ്രേണികളിലെ ആദ്യത്തെ 75 പദങ്ങളുടെ തുകകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം എന്ത്?

പ്രവർത്തനം – 15

ചോദ്യം 5 $2x+2, 4x, 5x+3, \ldots$ എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ .. പദങ്ങളുടെ കാണുക?

പ്രവർത്തനം – 16

ചോദ്യം 6 10, 16, 22, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയിൽ 16 ഒരു പൂർണവർമാണല്ലോ. ഇതേ ശ്രേണിയിൽ അംഗമാകുന്ന മറ്റൊരു പൂർണവർഗം എഴുതുക.

(സൂചന: 16-നെ $a2$ ആയി പരിഗണിച്ചാൽ മറ്റൊരു പൂർണസംഖ്യ $= a2 + 2ad + d2 = (a + d)2$

ഒരുക്കം 2010

സാമാന്തരശ്രേണി – മൂല്യനിർണയം

ആകെ സമയം: 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ: 15

---

1. (a) പൊതുവ്യത്യാസം 4 ആയ സമാന്തരശ്രേണി എഴുതുക. (1)

   (b) ഈ ശ്രേണിയുടെ ഏതെങ്കിലും 2 പദങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം 75 ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്? (1)

2. പൊതുവ്യത്യാസം 6 ആയ സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 5-ാം പദം 33 ആണ്.

   (a) എത്രാം പദമാണ് 165? (1)

   (b) ഈ ശ്രേണിയിൽ 110 ഒരു പദമാണോ? (1)

3. ഒരു സമാന്തരശ്രേണിയുടെ 3-ാം പദത്തിന്റെയും 13-ാം പദത്തിന്റെയും തുക 128 ആണ്.

   (a) ശ്രേണിയുടെ 7-ാം പദത്തിന്റെയും 9-ാം പദത്തിന്റെയും തുക എത്ര? (1)

   (b) ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ 15 പദങ്ങളുടെ തുക എത്ര? (2)

4. (a) 100 നും 250 നും ഇടയിൽ 7 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 3 ശിഷ്ടം വരുന്ന ശ്രേണി എഴുതുക? (1)

   (b) ഈ ശ്രേണിയിൽ എത്ര പദങ്ങളുണ്ട്? (1)

   (c) ഇവയുടെ തുക എത്ര? (2)

5. ഒരു തിയറ്ററിൽ കസേരകൾ 20 വരികളിലായി നിരത്തിയിരിക്കുന്നു. ഒരു വരിയിൽ ഉള്ള തിനേക്കാൾ നിശ്ചിത എണ്ണം കസേരകൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്ത വരിയിൽ. 5-ാം വരി യിൽ 42 കസേരകളും അവസാന വരിയിൽ 77 കസേരകളും ഉണ്ട്?

   (a) ഒരു വരിയിൽ ഉള്ളതിനേക്കാൾ എത്ര കസേരകൾ കൂടുതലാണ് തൊട്ടടുത്ത വരി യിൽ? (1)

   (b) ഏത് വരിയിലാണ് 65 കസേരകൾ ഉള്ളത്? (1)

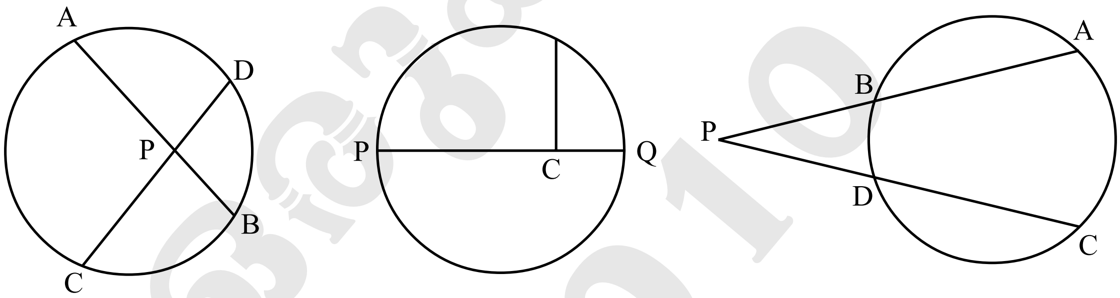
   (c) തിയറ്ററിൽ ആകെ എത്ര കസേരകൾ ഉണ്ട്? (2)

ഒരുക്കം 2010

അധ്യായം 2

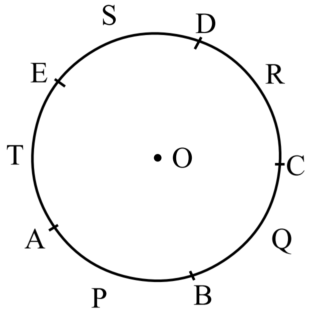
വൃത്തങ്ങൾ

ഈ അധ്യായത്തിലൂടെ

- ചാപത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്ര കോൺ ആകുന്നു.
- ഒരു ചാപം അതിന്റെ ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോണിന്റെ അളവ് ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ പകുതിയാണ്.
- ഒരേ ചാപത്തിലെ കോണുകൾ എല്ലാം തുല്യം ആയിരിക്കും.
- ഒരു അർധവൃത്തത്തിലെ കോൺ മട്ടകോൺ ആയിരിക്കും.
- ചക്രീയ ചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർകോണുകൾ അനുപൂരകമായിരിക്കും.
- 

$PA \times PB = PC \times PD$ $PC \times CQ = CD^2$ $PB \times PA = PC \times PD$

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 1



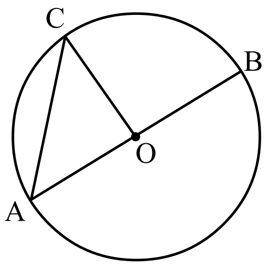
1. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം ....
2. വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപം APB
   മറ്റ് ചില ചാപങ്ങൾ എഴുതുക.
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
3. ചാപം APB യുടെ ശിഷ്ടചാപം APB.
   നിങ്ങൾ എഴുതിയ എല്ലാ ചാപത്തിന്റെയും ശിഷ്ടചാപം
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •
   - •

ഒരുക്കം 2010

4. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ കേന്ദ്രവുമായി യോജിപ്പിക്കുക.

- $\angle AOB = 80^o$ ആണെങ്കിൽ ശിഷ്ടചാപം ADB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ ....
- ചാപം BQC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 30° ആണെങ്കിൽ ശിഷ്ടചാപം BEC യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ ....
- ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപത്തിന്റെയും അതിന്റെ ശിഷ്ടചാപത്തിന്റെയും കേന്ദ്ര കോണുകളുടെ തുക ....

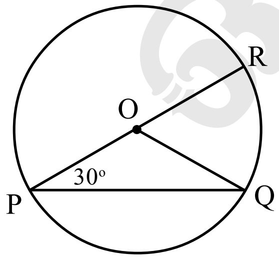
വർക്ക്ഷീറ്റ് – 2

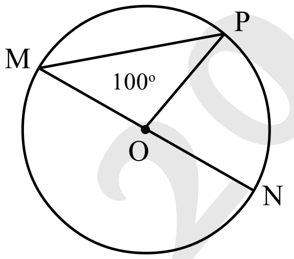


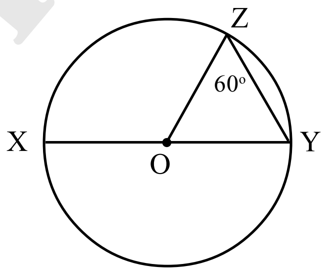
1. ചിത്രത്തിൽ വ്യാസം .... ആണ്.
2. OA, OC ഇവ .... ആണ്.
3. ΔAOC ഒരു .... ത്രികോണം ആണ്.
4. $\angle OAC$ .... $\angle OCA$.

   $\angle OAC = 40^o$ ആണെങ്കിൽ $\angle OAC$ = ...
5. ΔAOC യുടെ ഒരു ബാഹ്യകോൺ = ...
6. ഈ ബാഹ്യകോൺ ആന്തരവിദൂരകോണുകളായ ...., ... ഇവയുടെ തുകയ്ക്ക് തുല്യമാണ്.

   $\angle COB = \angle OAC + \angle OAC$





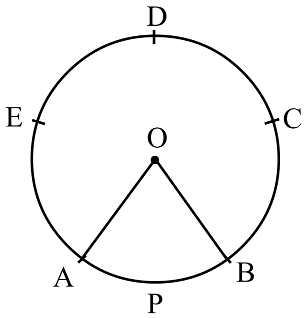


- $\angle OQP$ = ...
- $\angle ROQ$ = ...
- $\angle POQ$ = ...

- $\angle OMP + \angle OPM$ = ...
- $\angle OMP$ = ...
- $\angle OPM$ = ...
- $\angle PON$ = ...

- $\angle CYZ$ = ...
- $\angle XCZ$ = ...
- $\angle CYZ$ = ...

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 3



1. ചാപം APB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ
2. $\angle AOB$ അളന്നെഴുതുക.
3. A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കളെ

   C, D, E ഈ ബിന്ദുക്കളുമായി യോജിപ്പിക്കുക.
4. നിങ്ങൾക്ക് കിട്ടിയ കോണുകൾ എഴുതുക.

ഒരുക്കം 2010

5. ഈ കോണുകൾ ചാപം APB യുടെ ശിഷ്ടചാപത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു.

6. ഈ കോണുകൾ അളന്നെഴുതുക.

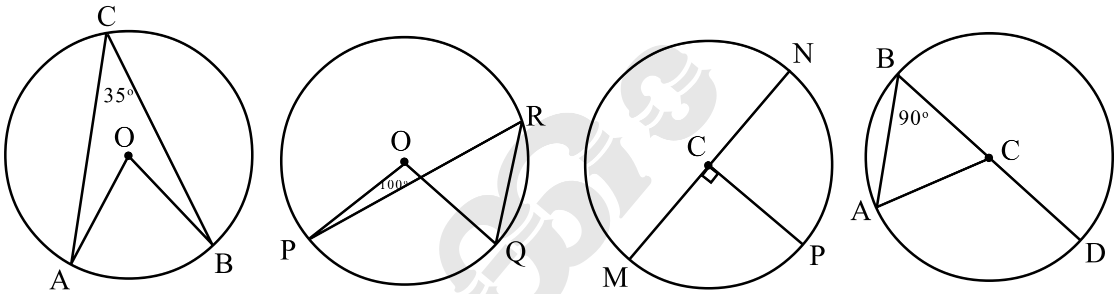
7. ഒരേ ചാപത്തിലെ ഈ കോണുകളുടെ പ്രത്യേകതയെന്ത്?

8. ഈ കോണുകൾക്കും $\angle AOB$ യ്ക്കും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധം ഉണ്ടോ?

9. $\angle AOB = 80^o$ ആണെങ്കിൽ ശിഷ്ടചാപത്തിലെ കോണുകളുടെ അളവെത്ര?

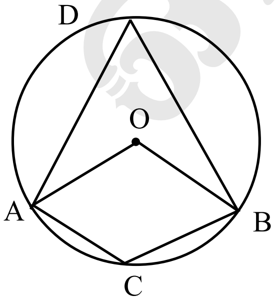
10.

(1) (2) (3) (4)



(1)	(2)	(3)	(4)
$\angle AOB$ = ...	$\angle PQR$ = ...	$\angle PNC$ = ...	$\angle ACD$ = ...
		$\angle CPN$ = ...	$\angle ACB$ = ...
		$\angle PCN$ = ...	$\angle BAC$ = ...

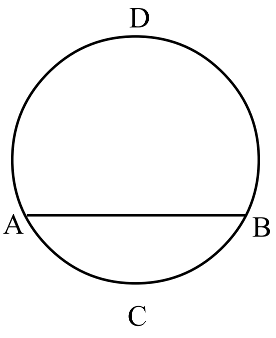
11.



- ചിത്രത്തിൽ $\angle AOB = 100^o$
- ചാപം ACB യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ ....
- ചാപം ADB യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ ....
- $\angle ACB$ = ...
- $\angle ADB$ = ...

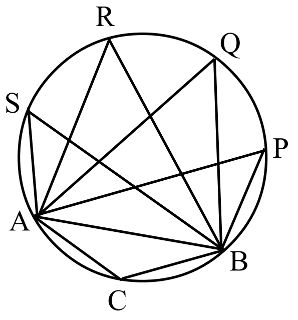
വർക്ക്ഷീറ്റ് – 4

1. ചിത്രത്തിലെ ഞാൺ AB വൃത്തത്തെ 2 ഖണ്ഡങ്ങളാക്കുന്നു. ACB യും ADB യും. വൃത്തഖണ്ഡം ACB യുടെ മറുഖണ്ഡം ആണ് APB.



ഒരുക്കം 2010

2. ചിത്രത്തിൽ ARB വൃത്തഖണ്ഡത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുനന കോണുകൾ എഴുതുക.



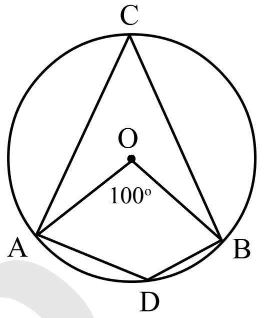
ഈ കോണുകൾ ചാപം ACB യുടെ ശിഷ്ടചാപത്തിൽ സ്ഥിതി ചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ ഈ കോണുകളുടെ ചാപം ACB യുടെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ .... ആണ്.

$\angle$ACB, ... ചാപത്തിന്റെ കേന്ദ്രകോണിന്റെ .... ആണ്.

$\angle ACB + \angle AQB = 180^o$ ആയിരിക്കും.

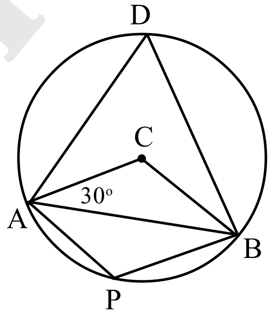
അതായത് ഒരു വൃത്തത്തിലെ മറുഖണ്ഡങ്ങളിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകമാണ്.

3.
- ചാപം ABC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ ....
- $\angle$ACB = ...
- ചാപം ACB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ ....
- $\angle$ADB = ...
- $\angle$ACB + $\angle$ADB = ...



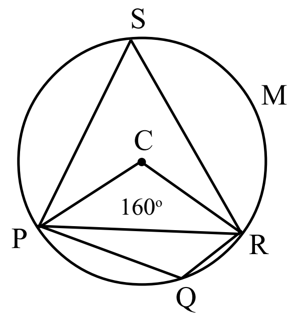
- ചിത്രത്തിൽ $\angle AOB = 2x^o$ ആണെങ്കിൽ ചാപം ABC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ = ...
- $\angle$ADB = ...
- $\angle$ACB + $\angle$ADB = ...

4. ചിത്രത്തിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുക.



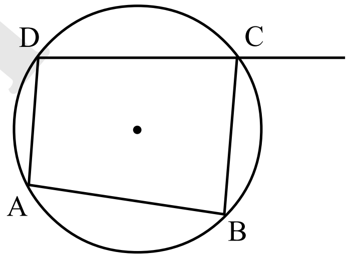
- ചിത്രത്തിലെ 2 ആരങ്ങൾ ഏതൊക്കെ?
- ΔDCB ഒരു .... ത്രികോണം.
- $\angle$ABC = ...
- $\angle$ACB = ...
- ചാപം APB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ = ...
- $\angle$ADB = ...
- ചാപം APB യുടെ കേന്ദ്രകോൺ = ...
- $\angle$APB = ...
- $\angle$ADB + $\angle$APB = ...
- ചതുർഭുജം ABCD ഒരു .... ചതുർഭുജം. (ശീർഷങ്ങളെല്ലാം ഒരേ വൃത്തത്തിലെ ബിന്ദുക്കളായാൽ ആ ചതുർഭജും ചക്രീയ ചതുർഭുജം ആണ്)
- $\angle A + \angle B$ = ... (ചക്രീയചതുർഭുജത്തിന്റെ എതിർശീർഷകോണുകൾ അനുപൂരകം)

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 5

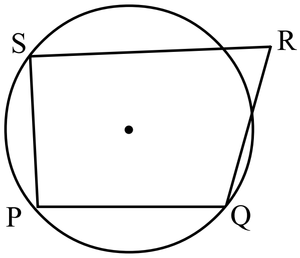


- ചാപം PQR ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = ...
- ചാപം PQR അതിന്റെ ശിഷ്ടചാപത്തിൽ ഉണ്ടാക്കുന്ന കോൺ = ...
- $\angle PSR$ = ...
- ചാപം PMR ന്റെ കേന്ദ്രകോൺ = ...
- $\angle PQR$ = ...
- $\angle PSR + \angle PQR$ = ...
- ചതുർഭുജം PQRS ഒരു .... ചതുർഭുജം.
- $\angle OPR$ = ... $\angle ORP$ = ...
- $\angle POR = x^\circ$ ആയാൽ $\angle PSR$ = ...
- $\angle PQR$ = ...
- $\angle PSR + \angle PQR$ = ...

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 6



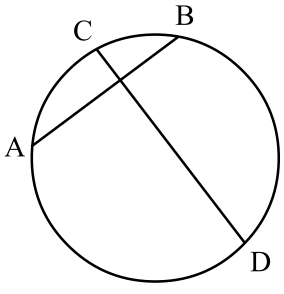
1. - ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു .... ചതുർഭുജം.
   - $\angle BAD + \angle BCD$ = ...
   - $\angle BAD$ = ...
   - $\angle BCD$, $\angle ACD$ ഇവ .... ജോടികളാണ്.
   - $\angle BCD + \angle BCE$ = ...
   - $\angle BCE$ = ...
   - ഇവിടെ നിങ്ങൾ കണ്ടെത്തിയ ആശയം എന്ത്?



2. - ചിത്രത്തിൽ PQRS ഒരു ചക്രീയ ചതുർഭുജമാണോ?
   - $\angle PSR + \angle PQR = 180^\circ$, $\angle SPQ + \angle SLR = 180^\circ$ - ഈ പ്രസ്താവനകൾ ശരിയാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

വർക്ക്ഷീറ്റ് – 7

(1)



- ചിത്രത്തിലെ ഞാണുകൾ ഏവ?
- ഇവ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദു P.
- ഇവിടെ നിങ്ങൾ പഠിച്ച ആശയം എഴുതുക.

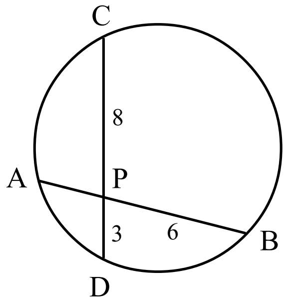
(2)

- ചിത്രത്തിൽ AP കാണുക.

  PB = 6

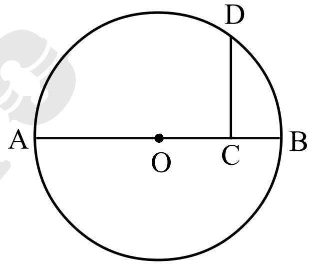
  PD = 3

  PC = 8



(3)

- ചിത്രത്തിലെ വ്യാസം ....
- ഇവിടെ നിങ്ങൾ പഠിച്ച ആശയം എഴുതുക.



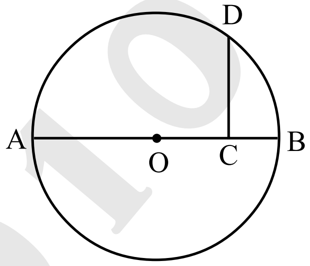
(4)

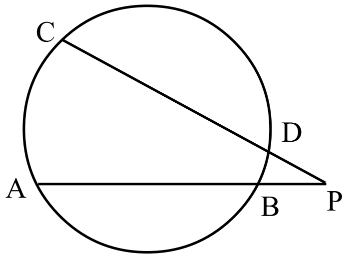
- ചിത്രത്തിൽ

  PM = 10

  MQ = 1

  MR കാണുക.





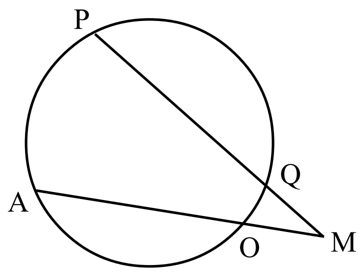
- ഇവിടെ നിങ്ങൾ പഠിച്ച ആശയം എന്ത്?

- ചിത്രത്തിൽ MN = 12

  MO = 3

  PM = 9

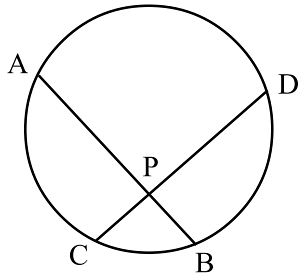
  MQ കാണുക.



ഒരുക്കം 2010

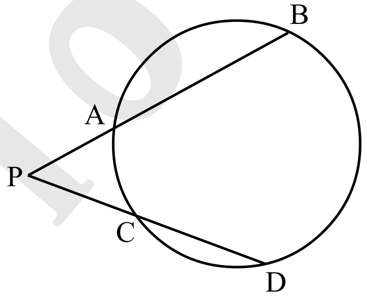
വർക്ക്ഷീറ്റ് – 8

1. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.



PA	PB	PC	PD	AB	CD
12	-	6	-	14	-
2	9	3	-	-	-
-	-	9	4	15	-
5	-	10	-	9	-
6	2	4	-	-	-

2. ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. പട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.



PA	PB	PC	PD	AB	CD
3	-	4	6	-	-
3	10	5	-	-	-
4	8	-	16	-	-
-	-	2	15	5	-

ഒരുക്കം 2010

വൃത്തങ്ങൾ – മൂല്യനിർണയം

ആകെ സമയം: 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ: 15

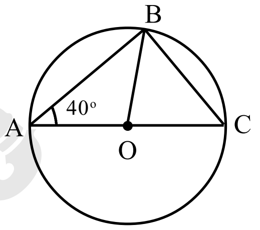
---

1. O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ AC വ്യാസവും B വൃത്തത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവാണ്.

   (a) ചിത്രത്തിലെ മട്ടകോൺ ഏത്? ( )

   (a) $\angle ACB$ എത്ര? ($\frac{1}{2}$)

   (c) ചാപം BCA യുടെ കേന്ദ്ര കോൺ എത്ര? (1)

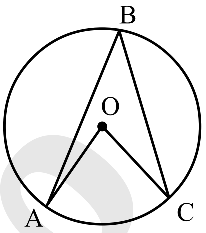


2. ചിത്രത്തിലെ O വൃത്തകേന്ദ്രവും ചാപം APC യുടെ കേന്ദ്രകോൺ 50° യുമാണ്. $\angle OCB = 15^\circ$ ആയാൽ

   (a) $\angle CBA$ എത്ര? (1)

   (b) $\angle OAB$ എത്ര?

   (2)

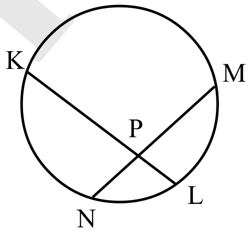


3. (a) ചിത്രത്തിൽ $PK \times PL = PN \times PM$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

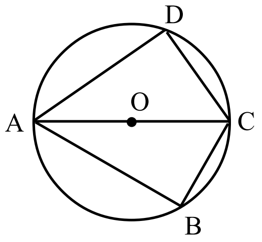
   (b) ചിത്രത്തിൽ PK = 8 സെ.മീ.

   KL = 14 സെ.മീ.

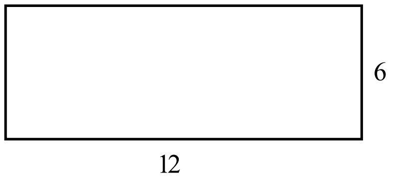
   ML = 19 സെ.മീ. PM എത്ര? (2)



4. ചിത്രത്തിൽ AB = AD BC = CD. AC വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)



5. ചിത്രത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ചതുർഭുജാകൃതിയിലുള്ള കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ അതേ വിസ്തീർണം വരുന്ന ഒരു സമചതുരം നിർമിക്കുക. (3)



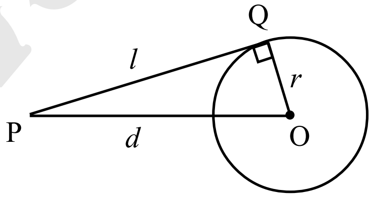
അധ്യായം 3

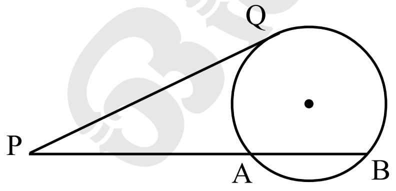
സ്പർശരേഖകൾ

ഈ അധ്യായത്തിലൂടെ

- ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ആരത്തിന്റെ വൃത്തത്തിലെ അഗ്രബിന്ദുവിൽകൂടി വരയ്ക്കുന്ന ലംബ രേഖ വൃത്തത്തിന്റെ സ്പർശരേഖയാണ്.
- വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു ബാഹ്യബിന്ദുവിൽനിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ വരയ്ക്കാം; ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ തുല്യമാകുന്നു.
- ΔOPQ മട്ടത്രികോണമാകുന്നു.

  $d^2 = l^2 + r^2$ ആകുന്നു.



- ഒരു വൃത്തത്തിന് വരച്ചിരിക്കുന്ന സ്പർശരേഖയും സ്പർശബിന്ദുവിൽകൂടിയുള്ള ഒരു ഞാണും തമ്മിലുണ്ടാകുന്ന കോൺ ആ കോണിന്റെ മറുഭാഗത്തെ വൃത്തഖണ്ഡത്തിനെ കോണിന് തുല്യമായിരിക്കും.
- 

  PQ സ്പർശരേഖയായാൽ

  $PA \times PB = PQ^2$ ആകുന്നു.

- കോണിന്റെ രണ്ട് വശങ്ങളെയും സ്പർശിക്കത്തക്ക രീതിയിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാം.
- ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്ന് വശങ്ങളെയും സ്പർശിക്കത്തക്കരീതിയിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാം.

പ്രവർത്തനം – 1

(a) ഇഷ്ടമുള്ള ആരത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വൃത്തത്തിൽ ഒരു സ്പർശരേഖ നിർമിക്കുക.

(b) ഈ സ്പർശരേഖയ്ക്ക് സമാന്തരമായി വൃത്തത്തിന് മറ്റൊരു സ്പർശരേഖ നിർമിക്കുക.

പ്രവർത്തനം – 2

(a) ഇഷ്മുള്ള ആരത്തിൽ വൃത്തം വരച്ച് വൃത്തത്തിൽ സമാന്തരങ്ങളല്ലാത്ത 2 സ്പർശരേഖ കൾ നിർമിക്കുക.

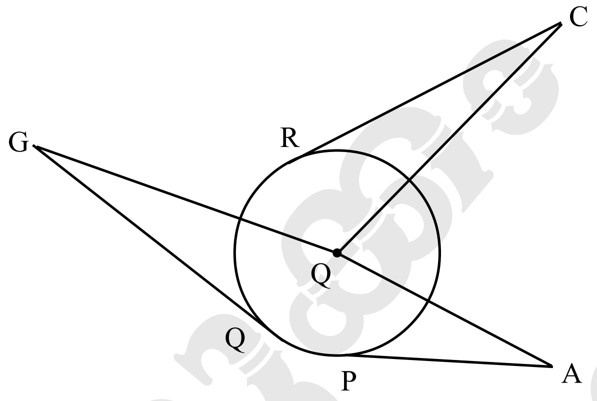
(a) ഈ സ്പർശരേഖകൾ തമ്മിൽ കൂട്ടിമുട്ടുന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്നും സ്പർശബിന്ദുവിലേക്കുള്ള നീളങ്ങൾ അളന്ന് പ്രത്യേകതകൾ കണ്ടെത്തുക.

(സൂചന: സമാന്തരമായ സ്പർശരേഖകൾ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടി വരയ്ക്കണമല്ലോ.

സമാന്തരങ്ങളല്ലാത്ത സ്പർശരേഖകൾ നിർമിക്കുമ്പോൾ രേഖകൾ വൃത്തം വരച്ചിരിക്കുന്ന പേപ്പറിലെ ഒരു ബിന്ദുവിൽ തന്നെ സംഗമിക്കുന്നു എന്ന് ഉറപ്പുവരത്തക്ക രീതിയിൽ സ്പർശബിന്ദുക്കൾ തിരഞ്ഞെടുക്കാവുന്നതാണ്.)

പ്രവർത്തനം 3

7 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നും 25 സെ.മീ. അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽനിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരയ്ക്കുന്ന സ്പർശരേഖയുടെ നീളമെന്ത്?



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും AP, BQ, CR എന്നിവ സ്പർശരേഖകളുമാണ്. OA = 15 സെ.മീ., AP = 9 സെ.മീ., OB = 13 സെ.മീ., CR = 16 സെ.മീ. ആയാൽ.

(a) വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എത്ര?

(b) BQ, OC ഇവയുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.

പ്രവർത്തനം 4

O കേന്ദ്രമായ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. വൃത്തത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. A യിലൂടെ ഒരു സ്പർശരേഖ നിർമിക്കുക. ഈ രേഖയിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. PA = PB ആകത്തക്കരീതിയിൽ വൃത്തത്തിൽ B എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. PB യോജിപ്പിച്ച് $\angle$OBP അളന്ന് കണ്ടെത്തുക.

(സൂചന: വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽനിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് 2 സ്പർശരേഖകൾ നിർമിക്കുന്നതിനുള്ള മാർഗമായി ഈ പ്രവർത്തനത്തെ കണക്കാക്കാം. ഈ രീതിയിൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രവർത്തനങ്ങൾ ചെയ്യാവുന്നതാണ്)

പ്രവർത്തനം 6

3 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽനിന്ന് 5 സെ.മീ. അകലെയുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് 2 സ്പർശരേഖകൾ നിർമിച്ച് അവയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

(സൂചന: 3 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നു. വൃത്തത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി അതിൽകൂടി സ്പർശരേഖ നിർമിക്കുന്നു. കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നും 5 സെ.മീ. അകലെ

സ്പർശരേകയിൽ P എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. PA = PB ആകത്തക്കരീതിയിൽ വൃത്തത്തിൽ B എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. PB യോജിപ്പിച്ച് രണ്ടാമത്തെ സ്പർശരേഖ വരയ്ക്കുന്നു)

പ്രവർത്തനം 7

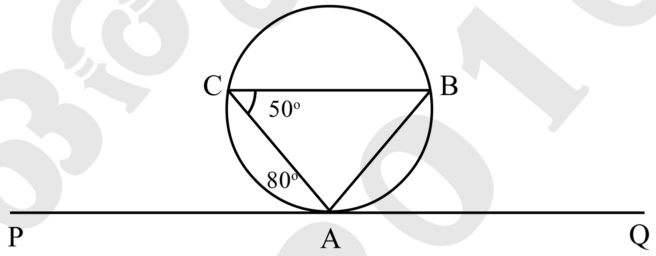
O കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിൽ AP സ്പർശരേഖയും P സ്പർശബിന്ദുവുമാണ്. $\angle BPQ = x$, ... $\angle PRQ$ കാണുന്നതിന് വേണ്ടി ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകൾ പൂർത്തീകരിക്കുക.

- $\angle OPB$ = ...
- $\angle OPQ$ = ...
- $\angle OQP$ = ...
- $\angle POQ$ = ...
- $\angle PRQ$ = ...

$\angle BPQ$, $\angle PRQ$ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?

(സൂചന: ഈ പ്രവർത്തനം ചെയ്യുന്നതിനു മുൻപേ ചിത്രം വരച്ച് $\angle BPQ$, $\angle PRQ$ ഇവ അളന്നു നോക്കി അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്താൻ ശ്രമിക്കണം.)

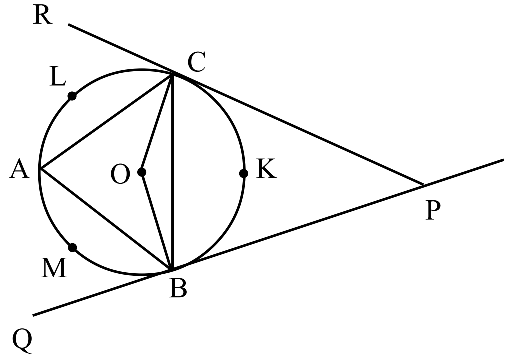
പ്രവർത്തനം 8



ചിത്രത്തിൽ PQ സ്പർശരേഖയും A സ്പർശബിന്ദുവുമാണ്. $\angle PAC = 80^\circ$ $\angle ACB = 50^\circ$ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. കോണുകളുടെ അളവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

- $\angle ABC$ = ...
- $\angle BAC$ = ...
- $\angle BAQ$ = ...

പ്രവർത്തനം 9



(a) ഈ ചിത്രത്തിൽ PQ, PR എന്നിവ സ്പർശരേഖകളും B, C ഇവ സ്പർശബിന്ദുക്കളുമാണ്. $\angle A = 50^o$ ആയാൽ ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ കാണുക.

- $\angle PBC$ = ...
- $\angle PCB$ = ...
- $\angle BPC$ = ...
- $\angle BOC$ = ...
- $\angle PBC$ = ...
- $\angle OCB$ = ...

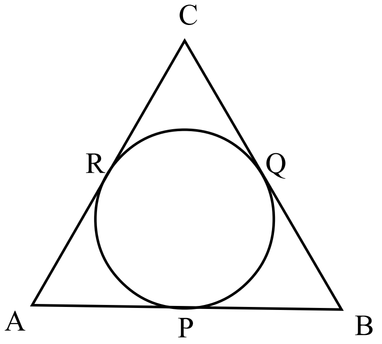
(b) മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന ചിത്രത്തിൽ $\angle ABQ = 60^o$ എന്നുകൂടി തന്നാൽ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവ കാണുക.

- $\angle ACB$
- $\angle ACO$
- $\angle OBA$
- $\angle AOC$ (OA യോജിപ്പിക്കുക)
- $\angle AOB$
- $\angle ABC$

(c) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ചാപങ്ങളുടെ കേന്ദ്രകോൺ എഴുതുക.

- ചാപം ACB
- ചാപം ABC
- ചാപം BAC
- ചാപം AKC
- ചാപം CLA
- ചാപം BMA

പ്രവർത്തനം – 10



ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ സ്പർശിക്കുന്നു.

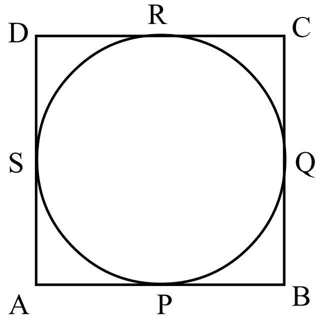
AP = 3 സെ.മീ., BQ = 2.5 സെ.മീ., CR = 3.5 സെ.മീ. ആയാൽ AB, BC, AC ഇവ കാണുക.

പ്രവർത്തനം – 11

ചിത്രം 10-ലെ ചിത്രത്തിൽ AB = 10 സെ.മീ., BC = 12 സെ.മീ., AC = 15 സെ.മീ. ആയാൽ AP, BQ, CR ഇവ കാണുക.

(സൂചന: ഇവിടെ $AP = x$ എന്നെടുത്താൽ $BP = 10 - x$, $BQ = 10 - x$, $CQ = 2 + x$, $CR = 2 + x$, $AR = x$ എന്നിങ്ങനെ കിട്ടുമല്ലോ)

പ്രവർത്തനം – 12

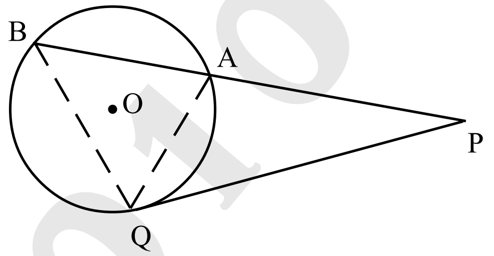


ചതുർഭുജം ABCD യുടെ അന്തർവൃത്തം AB, BC, CD, AD എന്നീ വശങ്ങളെ P, Q, R, S എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ സ്പർശിക്കുന്നു. AP = 3 സെ.മീ., BQ = 4 സെ.മീ., CR = 3.5 സെ.മീ., DS = 2.5 സെ.മീ. ആയാൽ AB, BC, CD, AD എന്നിവ കണക്കാക്കുക. കൂടാതെ AB + CD = BC + AD എന്ന് തെളിയിക്കുക.

(സൂചന: ഈ പ്രവർത്തനം അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കാവുന്ന ഏത് ചതുർഭുജത്തിനും ബാധകമാണെന്ന് ബോധ്യപ്പെടുത്തണം)

പ്രവർത്തനം – 13

ചിത്രത്തിൽ PQ സ്പർശരേഖയും O വൃത്തകേന്ദ്രവുമാണ്.



$\angle PQA = x^o$ ആയാൽ

- $\angle PBQ$ എത്ര?
- ΔPQA, ΔPBQ എന്നിവയുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?
- $PA \times PB = PQ^2$ എന്ന് തെളയിക്കുക.
- PQ = 6 സെ.മീ., PB = 12 സെ.മീ. ആയാൽ AB എത്ര?

പ്രവർത്തനം – 14

ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ള ബിന്ദുവാണ് P. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന സ്പർശരേഖയ്ക്ക് 8 സെ.മീ. നീളമുണ്ട്. P യിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്കുള്ള ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ ദൂരം 4 സെ.മീ. ആയാൽ വൃത്തത്തിന്റെ ആരം എന്ത്?

(സൂചന: വ്യാസം കണ്ടുപിടിച്ച് ആരം കണക്കാക്കാവുന്നതാണ്. കൂടാതെ ആരം r എന്നെടുത്ത് ദ്വിമാനസമവാക്യത്തിന്റെ സഹായത്തോടെയും ഉത്തരത്തിലെത്താം.)

പ്രവർത്തനം – 15

4 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 9 സെ.മീ. അകലെ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഈ ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് 2 സ്പർശരേഖകൾ നിർമിച്ച് അവയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക.

(സൂചന: ഈ പ്രവർത്തനം, പ്രവർത്തനം 5 ൽ സൂചിപ്പിച്ചതുപോലെയും ചെയ്യാവുന്നതാണ്)

കുറിപ്പ്: ഇതുപോലുള്ള വേറെയും പ്രവർത്തനങ്ങൾ നൽകി സ്പർശരേഖ നിർമിതി ഉറപ്പിക്കേണ്ടതാണ്.

ഒരുക്കം 2010

പ്രവർത്തനം – 16

$\angle ABC = 60^o$ ആകത്തക്ക രീതിയിൽ കോൺ വരയ്ക്കുക.

- BA, BC എന്നീ വശങ്ങളെ സ്പർശിക്കുന്ന വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങൾ എവിടെയായിരിക്കും?
- B യിൽ നിന്നും 6 സെ.മീ. അകലെ കേന്ദ്രമാകത്തക്കരീതിയിൽ BA, BC എന്നീ വശങ്ങളെ സ്പർശിച്ചുകൊണ്ട് വൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- വൃത്തത്തിന്റെ ആരം അളന്നെഴുതുക.
- കേന്ദ്രത്തിന്റെ സ്ഥാനം മാറ്റി മുകളിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ വേറെയും വൃത്തങ്ങൾ നിർമിക്കുക.

പ്രവർത്തനം – 17

- 6 സെ.മീ. സമഭുജത്രികോണം വരച്ച് അന്തർവൃത്തം നിർമിക്കുക.
- പാദവശങ്ങൾ 6 സെ.മീ., 8 സെ.മീ. വരുന്ന മട്ടത്രികോമം നിർമിച്ച് അന്തർവൃത്തം നിർമിക്കുക.
- AB = 6 സെ.മീ., BC = 8 സെ.മീ. ത്രികോണം ABC നിർമിച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- PQ = 7 സെ.മീ., PR = 6 സെ.മീ., $\angle P = 50^o$, ത്രികോണം PQR വരച്ച് അന്തർവൃത്തം വരയ്ക്കുക.
- PQ = 6 സെ.മീ., $\angle P = 70^o$, $\angle P = 50^o$ ത്രികോണം നിർമിച്ച് അന്തർവൃത്തം നിർമിക്കുക.

(സൂചന: മുകളിൽ വരയ്ക്കുന്ന അന്തർവൃത്തങ്ങളുടെ ആരം അളന്ന് കണ്ടെത്തേണ്ടതാണ്)

ഒരുക്കം 2010

സ്പർശരേഖകൾ – മൂല്യനിർണയം

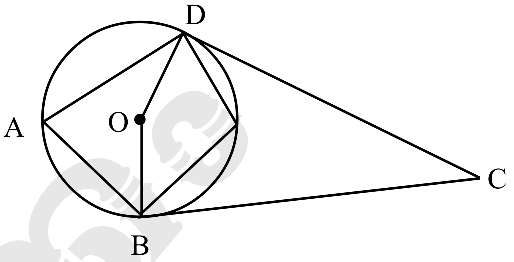
ആകെ സമയം: 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ: 15

---

1. ഇഷ്ടമുള്ള ആരത്തിൽ വൃത്തം വരച്ച് അതിന് സ്പർശരേഖ നിർമിക്കുക. (2)

2. ചിത്രത്തിലെ CB, CD ഇവ സ്പർശരേഖകളും O വൃത്തകേന്ദ്രവുമാണ്.



$\angle BCD = 30^\circ$ ആയാൽ

(a) $\angle BOD$ എത്ര? ( )

(b) $\angle BAD$ എത്ര? (½)

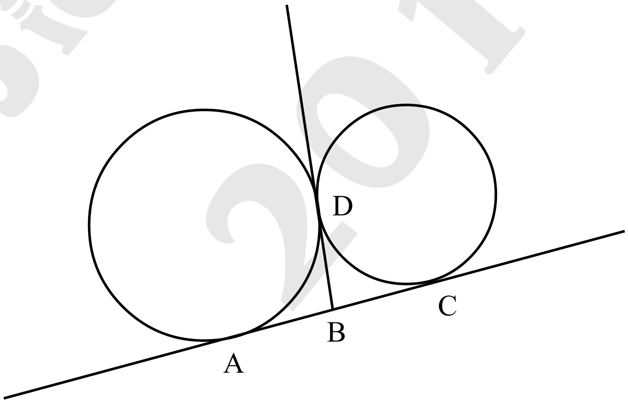
(c) $\angle BPD$ എത്ര? (½)

(d) ചാപം BAD യുടെ കേന്ദ്രകോൺ എത്ര? (½)

3. ΔABC യുടെ അന്തർവൃത്തം AB, BC, AC എന്നീ വശങ്ങളെ P, Q, R എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ സ്പർശിക്കുന്നു. AB = 8 സെ.മീ., BC = 12 സെ.മീ., AC = 14 സെ.മീ. എങ്കിൽ AP, BQ, CR കാണുക. (3)

4. ചിത്രത്തിൽ AC, BD എന്നിവ രണ്ട് വൃത്തങ്ങളുടെയും പൊതുസ്പർശരേഖകളാണ്.

½



AC യുടെ മധ്യബിന്ദുവാണ് B എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

5. 4 സെ.മീ. ആരമുള്ള വൃത്തം വരയ്ക്കുക. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നും 7 സെ.മീ. അകലെയുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്ന് വൃത്തത്തിലേക്ക് രണ്ട് സ്പർശരേഖകൾ നിർമിക്കുക. അവയുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. (3)

6. PQ = 7 സെ.മീ., QR = 6.5 സെ.മീ., $\angle Q = 65^\circ$ ത്രികോണം നിർമിക്ക് അന്തർവൃത്തം വരച്ച് ആരം അളന്നെഴുതുകയ (3)

ഒരുക്കം 2010

അധ്യായം 4

ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങൾ

ഈ അധ്യായത്തിലൂടെ

- ദ്വിമാനസമവാക്യം എന്ന ആശയം
- ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്നും നിർധാരണമൂല്യം കാണുന്നു.
- ദ്വിമാനസമവാക്യത്തിന്റെ വിവേചകം കണ്ടെത്തുന്നു.
- വിവേചകത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ മൂല്യങ്ങളുടെ സ്വഭാവം നിർണയിക്കുന്നു.
  - $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ $b^2 - 4ac$ ഒരു ന്യൂനസംഖ്യയായാൽ നിർധാരണ മൂല്യം ഉണ്ടാവില്ല. (രേഖീയസംഖ്യകൾക്ക് മൂല്യങ്ങളില്ല).
  - $b^2 - 4ac = 0$ ആയാൽ മൂല്യങ്ങൾ രണ്ടും തുല്യമാകുന്നു. ആ മൂല്യം $\frac{-b}{2a}$ ആകുന്നു.
  - $b^2 - 4ac$ അധിസംഖ്യയായാൽ രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. അവ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- ഭാഷാവാക്യങ്ങളെ ബീജഗണിത വാക്യങ്ങളാക്കി മാറ്റുന്ന പ്രവർത്തനം
  - തുടർച്ചയായ 2 എണ്ണൽ സംഖ്യകൾ - $x_1\ x + 1$
  - തുടർച്ചയായ 2 ഒറ്റസംഖ്യകൾ/ഇരട്ടസംഖ്യകൾ - $x_1\ x + 2$
  - ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമവും - $x_1\ \frac{1}{x}$
  - തുക a ആയ രണ്ടു സംഖ്യകൾ - $\frac{a}{2} + x, \frac{a}{2} - x$
  - വ്യത്യാസം b ആയ 2 സംഖ്യകൾ - $x + \frac{b}{2}, x - \frac{b}{2}$

പ്രവർത്തനം - 1

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്നും അക്ഷരങ്ങളുടെ വിലകൾ കണ്ടെത്തുക.

a) • $x^2 = 25$ • $y^2 = 9$ • $a^2 = 16$

b) • $x^2 + 1 = 17$ • $y^2 - 2 = 47$ • $z^2 + 6 = 87$

c) • $2x^2 = 98$ • $3y^2 = 675$ • $4a^2 = 64$

d) • $2x^2 + 7 = 135$ • $3a^2 - 8 = 100$ • $5a^2 + 3 = 323$

e) • $(x + 2)^2 = 81$ • $(y - 3)^2 = 100$ • $(z + 4)^2 = 169$

f) • $(2x - 3)^2 = 144$ • $(3x + 2)^2 = 324$ • $(2x + 1)^2 = 225$

പ്രവർത്തനം – 2

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളിൽനിന്നും അക്ഷരങ്ങളുടെ വിലകൾ കണ്ടെത്തുക.

a) $x^2 + 4x + 4 = 64$

b) $x^2 - 8x + 16 = 25$

c) $a^2 - 6a + 9 = 100$

(സൂചന: ഈ പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ സമചിഹ്നത്തിന്റെ ഇടതുഭാഗത്തുള്ളതെല്ലാം പൂർണവർഗങ്ങൾ ആണല്ലോ. അതിനാൽ ഇവ പൂർണവർഗരൂപത്തിലെഴുതി പ്രവർത്തനം 1 ലെ 'e' വിഭാഗത്തിൽ ചെയ്തതുപോലെ ചെയ്യാൻ കഴിയും)

പ്രവർത്തനം – 3

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടികയിലെ കോളം I ലെ ബീജഗണിതവാക്യങ്ങളുടെ കൂടെ കൂട്ടേണ്ടുന്ന അനുയോജ്യമായ സംഖ്യ കോളം II ൽ നിന്നും കണ്ടെത്തി അതിന്റെ പൂർണവർഗം III-ാമത്തെ കോളത്തിൽ എഴുതുക.

I	II	III
$x^2 + 6x + 5$	6	$(x - 2)^2$
$x^2 - 8x + 10$	9	$(x + 3)^2$
$x^2 - 4x + 5$	–5	$(x - 7)^2$
$x^2 + 10x + 30$	4	$(x - 4)^2$
$x^2 - 14x + 40$	–1	$(x + 5)^2$

പ്രവർത്തനം – 4

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ബീജഗണിതവാചകങ്ങളുടെ കൂടെ അനുയോജ്യമായ പദങ്ങൾ കൂട്ടി അതിനെ പൂർണവർഗത്തിൽ എഴുതുക.

- $x^2 + 6x +$ ___ = $(x +$ ___ $)^2$
- $y^2 - 12y +$ ___ = $(x -$ ___ $)^2$
- $a^2 +$ ___ $+ 9$ = $(a +$ ___ $)^2$
- ___ $+ 8x + 16$ = $(x +$ ___ $)^2$

പ്രവർത്തനം – 5

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളിൽ നിന്നും അക്ഷരങ്ങളുടെ വില കാണുക.

- $x^2 + 4x = 45$
- $m^2 - 8m = 560$
- $a^2 - 6a = 55$
- $x^2 - 12m = 64$

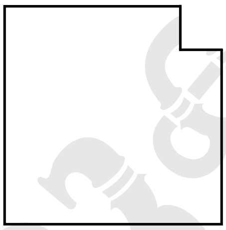
- $y^2 + 10y = 119$
- $3x^2 - 18m = 165$
- $2a^2 - 24a = 90$

(സൂചന: ഇവിടെ അവസാനം തന്നിരിക്കുന്ന 2 പ്രവർത്തനങ്ങളിൽ രണ്ടാം 2-ാം കൃതികളുടെ ഗുണോത്തങ്ങൾ '1' ആകത്തക്കരീതിയിൽ അനുയോജ്യമായ സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ച് അക്ഷരങ്ങളുടെ വിലകൾ (മൂല്യങ്ങൾ) കാണാവുന്നതാണ്)

പ്രവർത്തനം – 6

സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ ഒരു മൂലയിൽനിന്നും 3 സെ.മീ. വശമുള്ള ഒരു ചെറിയ സമചതുരം മുറിച്ചുമാറ്റുന്നു. ശേഷിച്ച ഭാഗത്തിന്റെ വിസ്തീർണം 112 ചതുരശ്ര സെ.മീ. ആണ്. എങ്കിൽ കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം എന്തായിരിക്കും?

(സൂചന: സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു മൂലയിൽനിന്നും മറ്റൊരു സമചതുരം മുറിച്ചുമാറ്റിയാൽ കിട്ടുന്ന രൂപം ഇങ്ങനെയായിരിക്കുമല്ലോ.



ഇതിനെ ഒരു സമചതുരവും 2 ദീർഘചതുരങ്ങളുമാക്കി മാറ്റി പ്രശ്നപരിഹാരം നടത്താവുന്നതാണ്.)

പ്രവർത്തനം – 7

$x^2 - 6x - 16 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുന്നതിനുവേണ്ടി ചെയ്ത പ്രവർത്തനത്തിന്റെ വിവിധഘട്ടങ്ങൾ ചുവടെ കൊടുക്കുന്നു. ഘട്ടങ്ങൾ പൂർത്തീകരിച്ച് x ന്റെ വികൾ കാണുക.

$x^2 - 6x - 16 = 0$

$x^2 - 6x = \square$

$x^2 - 6x + \square = \square + \square$

$(x - \square)^2 = \square$

$x - \square = \square$ അല്ലെങ്കിൽ $\square$

$x = \square$ അല്ലെങ്കിൽ $\square$

പ്രവർത്തനം – 8

- തുടർച്ചയായ 2 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 63 ആയാൽ സംഖ്യകളേവ?
- ഒരു ചതുരത്തിന്റെ നീളം വീതിയേക്കാൾ 8 സെ.മീ. കൂടുതലാണ്. വിസ്തീർണം 153 ചതുരശ്ര സെ.മീ. ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.
- ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിനേക്കാൾ 6 കുറവുമുള്ള മറ്റൊരു സംഖ്യയുടേയും ഗുണനഫലം 135 ആണ്. സംഖ്യയേത്?
- ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗത്തിൽനിന്നും സംഖ്യയുടെ 8 മടങ്ങ് കുറച്ചപ്പോൾ 33 കിട്ടി. സംഖ്യയേത്?

(സൂചന: വർഗം പൂർത്തീകരിച്ച് ഈ പ്രവർത്തനം എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാവുന്നതാണ്)

പ്രവർത്തനം – 9

ചുവടെ തനനിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളെ $ax^2 + bx + c = 0$ എന്ന രൂപത്തലേക്ക് മാറ്റി a, b, c ഇവയുടെ വിലകൾ കണ്ടെത്തുക.

- $2x^2 + 5x = 10$
- $x(x-3) = 4$
- $5x(x+2) = 6$
- $(2x-1)^2 = 15$
- $x(x-3) = 5(2x+1)$
- $x + \frac{1}{x} = 2$
- $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = 3$

പ്രവർത്തനം – 10

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങളെ വിവേചക ന്യൂനസംഖ്യയായവ, പൂജ്യം ആയവ അധിസംഖ്യകളായവ എന്നിങ്ങനെ തരം തിരിച്ച് പട്ടികപ്പെടുത്തുക.

- $x^2 - 2x - 5 = 0$
- $2x^2 - 3x + 4 = 0$
- $x(x+2) = 8$
- $x^2 + x + 1 = 0$
- $x^2 + 9 = 6x$
- $x^2 - x - 1 = 0$
- $4x^2 + 4x + 1 = 0$
- $x^2 + 5 = 0$
- $2x^2 - 1 = 0$

(സൂചന: വിവേചകം ന്യൂനസംഖ്യാ മൂല്യങ്ങളില്ലാത്തത് സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ $x^2 + 1 = 0$ എന്ന രീതിയുള്ള സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതിയാൽ മതി.

വിവേചകം അധിസംഖ്യയായ (രണ്ട് വ്യത്യസ്ത മൂല്യങ്ങൾ ഉള്ളവ) ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങൾ എഴുതാൻ ആവശ്യപ്പെട്ടാൽ $x^2 - 4 = 0$ എന്ന രീതിയിലുള്ള സമവാക്യങ്ങൾ എഴുതിയാൽ മതി.

ഇനിയുള്ള പ്രവർത്തനങ്ങൾ ദ്വിമാനസമവാക്യത്തിന്റെ സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിച്ചുകൊണ്ട് ചെയ്ത് ഉത്തരം കണ്ടെത്താൻ ശ്രമിക്കാം.

ഒരുക്കം 2010

പ്രവർത്തനം – 11

- $2x^2 - 7x + 6 = 0$ ന്റെ മൂല്യങ്ങൾ കണ്ടെത്തുക.

(സൂചന: ഇത് വർഗം പൂർത്തീകരിച്ച് ചെയ്യുന്നതിനേക്കാൾ എളുപ്പം സൂത്രവാക്യം ഉപയോഗിക്കുന്നതായിരിക്കും)

പ്രവർത്തനം – 12

(a) ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുക ആകുമോ? എന്തുകൊണ്ട്.

(b) ഈ തുക $\frac{10}{3}$ ആയാൽ സംഖ്യ ഏത്?

(സൂചന: ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും തുകയുടെ കേവലവില ഒരിക്കലും ഒന്നിൽ കുറവല്ല)

(c) ഒരു സംഖ്യയുടേയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും വ്യത്യാസം 3 ആണ്. എങ്കിൽ സംഖ്യ ഏത്?

(സൂചന: ഇവിടെ $3\frac{3}{4}$ എന്നത് $\frac{15}{4}$ എന്നാക്കി മാറ്റി ചെയ്യാവുന്നതാണ്)

പ്രവർത്തനം – 13

(a) തുക 16 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 55 ആയാൽ സംഖ്യകളേവ?

(സൂചന: ഇവിടെ സംഖ്യകൾ $8 + x$, $8 - x$ എന്ന് സ്വീകരിക്കുന്നത് കൂടുതൽ സൗകര്യമായിരിക്കും അപ്പോൾ ഗുണനഫലം

$$(8 + x)(8 - x) = 55$$

$$64 - x^2 = 55$$

$x^2 = 9$ എന്നതിൽ നിന്ന് ഉത്തരത്തിലെത്തിച്ചേരാം)

(b) വ്യത്യാസം 8 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 105 ആണ്. സംഖ്യകളേവ?

(സൂചന: ഇവിടെ സംഖ്യകൾ $x + 4, x - 4$ എന്നിങ്ങനെ എടുക്കുന്നത് സൗകര്യമാവും. അപ്പോൾ ഗുണനഫലം

$$(x + 4)(x - 4) = 105$$

$x^2 - 16 = 105$ എന്നതിൽ നിന്ന് ഉത്തരത്തിലെത്തിച്ചേരാം)

(c) രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ തുക 18 ആയാൽ അവയുടെ ഗുണനഫലം 90 ആകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(സൂചന: $(9 + x)(9 - x) = 90$ എന്നതിലൂടെ ഉത്തരം സമർഥിക്കാം.

അല്ലെങ്കിൽ

ഒരുക്കം 2010

വിവേചകം കണ്ടെത്തി ഉത്തരം സമർത്ഥിക്കാം

അല്ലെങ്കിൽ

തുക 18 ആയ രണ്ട് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം പരമാവധി 81 ($9+9=18, 9\times9=81$) ആയിരിക്കും. ആയതിനാൽ ഗുണനഫലം 90 ആവില്ല)

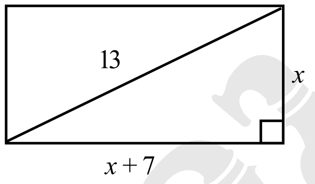
(d) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 48 സെ.മീ. അതിന്റെ വിസ്തീർണം 150 ചതുരശ്ര സെ.മീ. ആകുമോ? ഉത്തരം സമർഥിക്കുക.

(സൂചന: ചുറ്റളവ് 48 ആയ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കൂട്ടിയാൽ 24 കിട്ടുന്നു. ആയതിനാൽ നീളം വീതി പരമാവധി 144 ആകുകയൊള്ളൂ)

പ്രവർത്തനം – 14

(a) ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വീതിയേക്കാൾ 7 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് നീളം. ചതുരത്തിന്റെ വികർണത്തിന്റെ നീളം 13 സെ.മീ. ആയാൽ ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും കാണുക.

(സൂചന: ചതുരത്തിന്റ നീളവും വീതിയും വികർണവും ചേർന്നാൽ മട്ടത്രികോണം ലഭിക്കുന്നു.



പൈഥഗോറസ് തത്വത്തിന്റെ സഹായത്തോടെ x ന്റെ വില കണ്ടെത്താം)

(b) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ 3 മടങ്ങിനേക്കാൾ 3 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് ലംബം. ലംബത്തിനേക്കാൾ 1 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് കർണം.

- പാദം x ആയി പരിഗണിച്ച് ദ്വിമാനസമവാക്യം രൂപീകരിക്കുക.
- ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുക.

പ്രവർത്തനം – 15

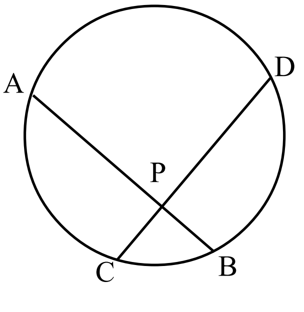
(a) 8, 14, 20, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 1062?

(സൂചന: ഈ ശ്രേണിയുടെ ആദ്യത്തെ n പദങ്ങളുടെ തുക

$$= \frac{d}{2}n^2 + \left(a - \frac{d}{2}\right) n$$

$= 3n^2 + 5n$ ആയിരിക്കുമല്ലോ. ഇതിൽ നിന്നും ദ്വിമാനസമവാക്യം രൂപീകരിക്കാം)

(b) ചിത്രത്തിൽ AB, CD എന്നീ ഞാണുകൾ P യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു. AB = 17 സെ.മീ., PA = 9 സെ.മീ., CD = 18 സെ.മീ. എങ്കിൽ PC എത്ര?



(c) ചിത്രത്തിൽ PQ സ്പർശരേഖയും അതിന്റെ നീളം 12 സെ.മീ. ഉം ആണ്. AB = 10 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ PA എത്ര?

(d) $6x^2 - 11x + 3$ എന്ന പോളിനോമിയലിനെ രണ്ട് 1-ാം കൃതിയുള്ള പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

(e) 15 സെ.മീ. പാർശ്വോന്നതിയുള്ള കട്ടിയായ ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ ഉപരിതല വിസ്തീർണം 864 ചതുരശ്ര സെ.മീ. ആണ്. എങ്കിൽ പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?

(f) (−2, 8) എന്ന ബിന്ദുവിൽനിന്നും X അക്ഷത്തിലെ ഒരു ബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരം 10 യൂണിറ്റ് ആയാൽ X അക്ഷത്തിലെ ബിന്ദു ഏതായിരിക്കും?

(സൂചന: ഈ പ്രവർത്തനത്തിലെ എല്ലാ പ്രശ്നവും ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റ് അധ്യായങ്ങളിലുള്ളവയാണ്)

പ്രവർത്തനം – 16

20 m/s വേഗതയിൽ ഒരു വസ്തുവിനെ മുകളിലൊട്ടെറിയുന്നു. $g = 10\ m/s^2$ ആയാൽ വസ്തു 15 മീറ്റർ മുകളിലെത്താൻ എത്ര സമയം എടുക്കും?

(സൂചന: വസ്തു സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം, $s = ut - \frac{1}{2}gt^2$ എന്നതിൽ, u = 20, g = 10, s = 15 എന്നെടുത്ത് ദ്വിമാനസമവാക്യം രൂപീകരിക്കാം. ഇവിടെ t യ്ക്ക് 2 വില ലഭിക്കുന്നതിന്റെ യുക്തി ബോധ്യപ്പെടുത്തേണ്ടതാണ് - രണ്ട് വ്യത്യസ്ത സമയങ്ങളിൽ വസ്തു 15 മീറ്റർ മുകളിൽ ഉണ്ടായിരിക്കുമല്ലോ)

ഒരുക്കം 2010

ദ്വിമാനസമവാക്യങ്ങൾ – മൂല്യനിർണയം

ആകെ സമയം: 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ: 15

---

1. $(3x - 2)^2$ ആയാൽ

   (a) വിവേചകം കാണുക. (1)

   (b) സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം എന്ത്? (1)

2. തുക 12 ആയ 2 സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം 35 ആണ്. സംഖ്യയേത് (2)

3. ഒരു സംഖ്യയുടെയും അതിന്റെ വ്യുൽക്രമത്തിന്റെയും വ്യത്യാസം $1\frac{1}{2}$ ആകുന്നു. സംഖ്യ യേത്? (3)

4. $x^2 - 8x - 33 = 0$ എന്ന സമവാക്യം നിർധാരണം ചെയ്യുന്നതിന് വേണ്ടി ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഘട്ടങ്ങൾ പൂർത്തീകരിക്കുക.

   $x^2 - 8x = \square$

   $x^2 - 8x + \square = \square$

   $(x - \square)^2 = \square$

   $x - \square = \square$ അല്ലെങ്കിൽ $\square$

   $x = \square$ അല്ലെങ്കിൽ $\square$ (2)

5. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ പാദവശത്തിന്റെ 2 മടങ്ങിനേക്കാൾ 2 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് ലംബവശം. ലംബവശത്തിനേക്കാൾ 1 സെ.മീ. കൂടുതലാണ് കർണവശം. ഏറ്റവും ചെറിയ വശം x ആയി പരിഗണിച്ച് ദ്വിമാനസമവാക്യം രൂപീകരിച്ച് മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ കാണുക. (3)

6. 6, 10, 16, ... എന്ന സമാന്തരശ്രേണിയുടെ എത്ര പദങ്ങളുടെ തുകയാണ് 1056. (3)

ഒരുക്കം 2010

അധ്യായം 5

പോളിനോമിയലുകൾ

ഈ അധ്യായത്തിലൂടെ

- $P(x)$ എന്ന പോളിനോമിയലിനെ $x - \mathrm{a}$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം $q\,(x)$ ഉം ശിഷ്ടം r ഉം ആയാൽ $P\,(x) = (x - q)\,q\,(x) + \mathrm{r}$
- $P\,(x)$ നെ $x - a$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $P\,(a)$ ആകുന്നു.
- $P(x)$ നെ $x + a$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം $P\,(-a)$ആകുന്നു
- $P(x)$നെ $\mathrm{a}x - b$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം ....ആകുന്നു
- $P(x)$ നെ $\mathrm{a}x + b$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം .... ആകുന്നു.
- $P\,(x)$ എന്ന പോളിനോമിയലിൽ $P\,(a) = 0$ ആയാൽ $(x - a)$ ഘടകമാണ്

  $P\,(-a) = 0$ ആയാൽ $(x + a)$ ഘടകമാണ്

  $P\left(\frac{b}{a}\right)$ ആയാൽ $(ax - b)$ ഘടകമാണ്

  P ആയാൽ $(ax + b)$ ഘടകമാണ്.
- 3-ാം കൃതിയിലുള്ള ഒരു പോളിനോമിയലിനെ 3 ഒന്നാംകൃതിയിലുള്ള പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതാം.

പ്രവർത്തനം – 1

$P\,(x) = x^3 - 4x^2 + x + 10$. $P\,(x)$ നെ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതിനെക്കൊണ്ടൊക്കെ ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരേ ശിഷ്ടം ലഭിക്കും.

- $x - 1$
- $x - 2$
- $x - 3$
- $x + 1$
- $x + 2$
- $x + 3$

ഈ ശിഷ്ടം എത്രയാകുന്നു.

പ്രവർത്തനം – 2

$$P\,(x) = 2x^3 + kx^2 + x + 1$$

$$P\,(x) = (x + 2)\,q\,(x) + 3$$

$$P\,(x) = (2x - 1)\,f\,(x) + R$$

a) $P(x)$ നെ $(x + 2)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം എത്ര?

b) k യുടെ വിലയെന്ത്?

ഒരുക്കം 2010

34

c) R ന്റെ വിലയെന്ത്?

d) P (x) ൽ നിന്നും അനുയോജ്യമായ ഒരു സംഖ്യ കുറച്ച് $(x + 2)$, $2x - 1$ എന്നിവ ഘടകങ്ങളാകുന്ന ഒരു പോളിനോമിയൽ എഴുതുക.

(സൂചന: ഇവിടെ P (x) നെ $x + 2$ കൊണ്ടും $2x - 1$കൊണ്ടും ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരേ ശിഷ്ടം ലഭിക്കുന്നുവെന്ന് കാണാം. എങ്കിൽ P (x) ൽ നിന്ന് ഈ ശിഷ്ടം കുറച്ചാൽ ഇവ ഘടകമാകുന്ന ഒരു പോളിനോമിയൽ കിട്ടുമല്ലോ)

പ്രവർത്തനം – 3

a) $P(x) = 4x^3 - 8x^2 - 9x + 20$. P (x) നെ $2x - 3$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം കാണുക.

b) P (x) നെ $4x - 5$, $6x - 9$, $8x - 12$ എന്നിവകൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം ഹരിച്ചു നോക്കാതെ കണ്ടെത്തുക?

(കുറിപ്പ്: P (x) നെ $x - a$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴും $kx - ka$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴും ലഭിക്കുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ ഒരേ ശിഷ്ടം തന്നെയാണെന്ന് ബോധ്യപ്പെടേണ്ടതാണ്.)

പ്രവർത്തനം – 4

$P(x) = 2x^3 + ax^2 - 11x + 6$

$P(x) = (x - 3)\, q(x) + 4$

$P(x) = (x + 1)\, f(x) + 16$

a) a യുടെയും b യുടെയും വിലകൾ കാണുക.

b) P (x) നെ $2x - 1$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം എന്ത്?

(സൂചന: ഇവിടെ P(x) $x - 3$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 4 $(x + 1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം 16 ഉം ആണല്ലോ. 2 സമവാക്യങ്ങൾ തയ്യാറാക്കി a യുടെയും b യുടെയും വിലകൾ കണ്ടെത്താമല്ലോ.)

പ്രവർത്തനം – 5

a) $P(x) = 2x^3 + 3x^2 + kx + 15$

$P(x) = (x - 2)\, q(x) + 3$

- k യുടെ വില എന്ത്?
- $P(x) = (x + 2)\, f(x) + R$ ആയാൽ R ന്റെ വില എന്ത്?
- P (x) നെ $2x - 3$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എന്ത്?
- P (x) ൽ നിന്നും $x - 2$, $x + 2$, $2x - 3$, എന്നിവ ഘടകങ്ങളായ ഒരു പോളിനോമിയൽ എഴുതുക.

b) $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + ax + 6$

$P(x) = (x - 1)\, q(x) + 5$

$P(x) = (x - 3)\, f(x) + 19$

35

- a, b ഇവയുടെ വിലകൾ കാണുക
- P (x) നെ $x - 2$ കൊണ്ടും $2x + 1$ കൊണ്ടും ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്?

പ്രവർത്തനം – 6

a) $P(x) = 2x^3 + kx^2 - 3x + 20$. P (x) നെ $x - 2$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴും, $(x - 3)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴും ഒരേ ശിഷ്ടം കിട്ടുന്നു. എങ്കിൽ

- k യുടെ വില എന്ത്?
- P (x) നെ $x + 1$ കൊണ്ട് ഹരിച്ചാലുള്ള ശിഷ്ടം എന്ത്?

b) $P(x) = x^3 + kx + 10$ നെ $x - 1$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴും $x - 2$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പഴും ഒരേ ശിഷ്ടം ലഭിക്കുന്നു.

- k യുടെ വില എന്ത്?
- ശിഷ്ടം എത്ര?

c) P (x) നെ $(x + 3)$ ഹരിക്കുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടം എത്ര?

പ്രവർത്തനം – 7

a) $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ എന്ന പോളിനോമിയലിന്റെ ഘടകങ്ങൾ ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ നിന്നും കണ്ടെത്തുക.

- $x - 1$
- $x + 1$
- $x - 2$
- $x + 2$
- $x + 3$
- $x - 3$

b) $2x^3 + 3x^2 - 8x - 12$ ന്റെ ഘടകമാണ് $(x^2 - 4)$ എന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

(സൂചന: ഇവിടെ $x - 2, x + 2$ എന്നിവ ഘടകമാണെന്ന് തെളിയിച്ചാൽ മതിയല്ലോ?)

c) $P(x) = x^{50} - 1$ ആയാൽ $x^2 - 1$ P (x) ന്റെ ഘടകമാണെന്ന് സമർത്ഥിക്കുക.

പ്രവർത്തനം – 8

a) $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + kx - 8$

$P(x) = (x + 2)\, q(x) - 120$ ആയാൽ

- k യുടെ വില എന്ത്?
- $P(x) = (x - 2) f(x) + R$ ആയാൽ R ന്റെ വില എത്ര?
- $f(x)$ കാണുക
- $f(x) = 0$ എന്ന ദ്വിമാനസമവാക്യത്തിൽ x ന്റെ വിലകൾ കാണുക.
- P (x) നെ മൂന്ന് ഒന്നാംകൃതിയിലുള്ള പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

b) $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax - 3$

P (x) നെ $(x - 2)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം -3 കിട്ടുന്നു.

36

- a യുടെ വില എത്ര?
- P (x) ന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഘടകം കാണുക.
- ഈ ഘടകം കൊണ്ട് P (x) നെ ഹരിച്ച് ഹരണഫലം $q\ (x)$ കാണുക.
- q $(x) = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും x ന്റെ വിലകൾ കാണുക.
- P (x) നെ മൂന്ന് ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

c) P $(x) = 2x^3 - 7x^2 + ax + 6$ യുടെ ഘടകമാണ് $(x - 4)$ കൂടാതെ

P $(x) = (x - 2)\ q - 18$ ആയാൽ

- a, b ഇവയുടെ വിലകൾ കാണുക
- P (x) നെ $(x - 4)$ കൊണ്ട് ഹരിച്ച് ഹരണഫലം $q\ (x)$കാണുക.
- $q\ (x) = 0$ എന്ന ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിൽ നിന്നും x ന്റെ വിലകൾ കാണുക
- P (x) നെ മൂന്ന് ഒന്നാംകൃതിയിലുള്ള പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

പ്രവർത്തനം – 9

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പോളിനോമിയലുകളെ മൂന്ന് ഒന്നാംകൃതിയിലുള്ള പോളിനോമിയലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക.

- $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2$
- $3x^3 + x^2 - 8x + 4$
- $3x^3 + 8x^2 + 3x - 2$
- $2x^3 - 3x^2 - 8x + 12$
- $2x^3 - 13x^2 + 22x - 8$

പ്രവർത്തനം – 10

a) P $(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

- $x - 1$, P (x) ന്റെ ഒരു ഘടകമായാൽ $a + b + c + d = 0$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
- $x + 1$, P (x) ന്റെ ഒരു ഘടകമായാൽ $a + c = b + d$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.
- $x^2 - 1$, P (x) ന്റെ ഘടകമായാൽ $a = -c, b = -d$ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക.

a) ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന പോളിനോമിയലുകളിൽ നിന്നും $x - 1$ ഘടകമായവ, $x + 1$ ഘടകമായവ, $x^2 - 1$ ഘടകമായവ കണ്ടെത്തുക.

- $2x^3 - 3x^2 + 4x + 9$
- $3x^3 + 2x^2 - 3x - 2$
- $2x^3 - 5x^2 - 2x + 5$
- $x^3 + 5x^2 - 3x + 3$
- $x^3 + 3x^2 - 6x + 2$
- $x^3 - 2x^2 + 5x + 8$

ഒരുക്കം 2010

37

പോളിനോമിയലുകൾ – മൂല്യനിർണയം

ആകെ സമയം: 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ: 15

---

1. $P(x) = 2x^3 + kx^2 - 6ax + 7$

   $P(x) = (x + 2)\, q(x) + 3$

   (a) K യുടെ വില എത്ര? (2)

   (b) $P(x)$ നെ $(x - 1)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം എത്ര? (1)

2. $P(x) = x^3 - 5x^2 + ax + b$

   $P(x) = (x - 1)\, q(x) + 6$

   $P(x) = (x - 1)\, f(x) + 1$

   (a) a, b ഇവയുടെ വിലകൾ കാണുക. (3)

   (b) $P(x)$ നെ $(x + 2)\, g(x) + R$ ആയാൽ R എത്ര? (1)

3. $P(x) = 3x^3 - 11x^2 + kx + 24$

   $P(x)$ നെ $x - 2$ കൊണ്ടും, $x - 3$ കൊണ്ടും ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരേ ശിഷ്ടം കിട്ടുന്നു.

   (a) k യുടെ വില എന്ത്? (2)

4. $P(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 24$

   $q(x) = x^3 - 6x^2 + 10x - 2$

   (a) $P(x)$ നെയും $q(x)$ നെയും $(x - 3)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? (1)

   (b) $P(x) + q(x)$ നെ $(x - 3)$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം എത്ര? ($\frac{1}{2}$)

   (c) $x - 1$, $P(x) + q(x)$ ന്റെ ഒരു ഘടകമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

5. $2x^3 + 3x^2 - 8x + - 12$ നെ മൂന്ന് ഒന്നാം കൃതിയിലുള്ള പോളിനോമിലുകളുടെ ഗുണനഫലമായി എഴുതുക. (3)

38

അധ്യായം 6

ത്രികോണമിതി

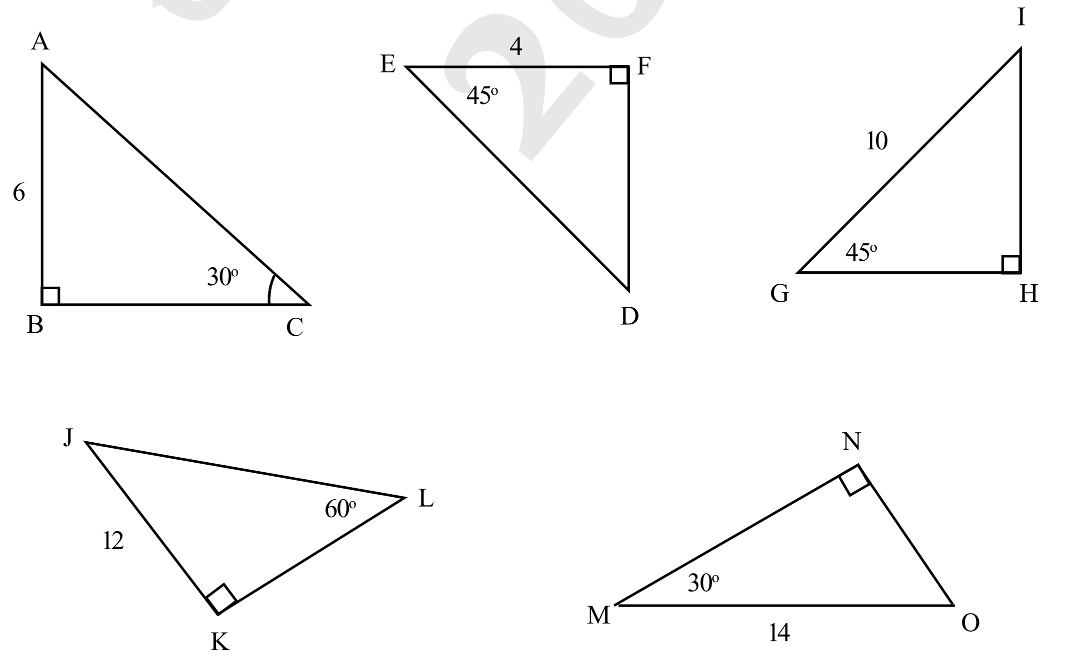
ഈ അധ്യായത്തിലൂടെ

- 45°, 45°, 90° ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : 1 : \sqrt{2}$
- 30°, 60°, 90° ഇവ അളവുകളായി വരുന്ന മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം $1 : \sqrt{3} : 2$
- ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു കോണിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി അതിന്റെ എതിർവശം, സമീപവശം, കർണം ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം മനസിലാക്കുന്നു.
- ഒരു കോണിന്റെ ത്രികോണമിതി വിലകൾ കണ്ടെത്തുന്നു.
- ത്രികോണമിതി വിലകൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പരിഹരിക്കുന്നു.
- ത്രികോണമിതി വിലകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കണ്ടെത്തുന്നു.

ഒരുക്കം 2010

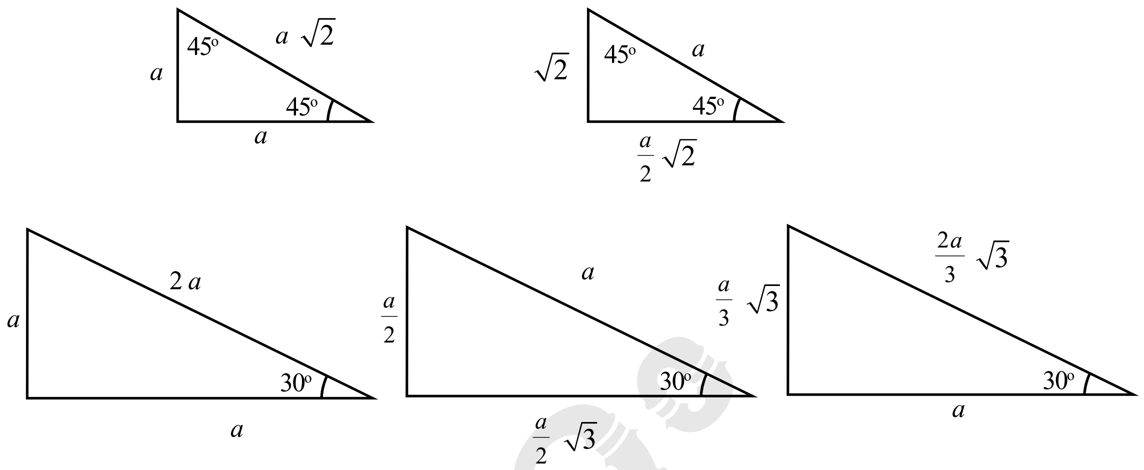
പ്രവർത്തനം – 1

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ ഓരോ വശത്തിന്റെ നീളം തന്നിരിക്കുന്നു. മറ്റവശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക.



39

(സൂചന:



പ്രവർത്തനം 2

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ നീളം 15 സെ.മീ ഉം വീതി 8 സെ.മീ ഉം ഇതിന്റെ എതിർ മൂലകളിൽ നിന്നും 2 സമഭാജികളിലൂടെ രണ്ട് മട്ടത്രികോണങ്ങൾ മുറിച്ചു മാറ്റുന്നു. ശേഷിച്ച രൂപത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ എന്തായിരിക്കും? ഈ രൂപത്തിന്റെ ആകൃതി എന്താണ്?

(സൂചന: ചോദ്യത്തെ ചിത്രീകരിച്ച് ഉത്തരത്തിലെത്തിച്ചേരാൻ ശീലിപ്പിക്കേണ്ടതാണ്)

പ്രവർത്തനം – 3

a) നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നാട്ടിയിരിക്കുന്ന ഒരു കൊടിമരത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും രണ്ട് കയറുകൾ തറയിലേക്ക് വലിച്ച് കെട്ടിയിരിക്കുന്നു. തറയിൽ കയറുകൾ കെട്ടിയിരിക്കുന്ന സ്ഥലങ്ങളും കൊടിമരത്തിന്റെ ചുവടും ഒരേ രേഖയിലാണ്. ഒന്നാമത്തെ കയർ തറയുമായി 45° കോണും 2-ാമത്തെ കയർ തറയുമായി 60^{0} കോണും ഉണ്ടാകുന്നു. കൊടിമരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 1-ാമത്തെ കയർ തറയിൽ കെട്ടിയ സ്ഥലത്തേയ്ക്ക് 12 മീ. ദൂരമുണ്ട്.

- ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- കൊടിമരത്തിന്റെ ഉയരം എന്ത്?
- കയറുകൾ തറയിൽ കെട്ടിയ സ്ഥലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം എന്ത്?

b) നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന രണ്ട് കെട്ടിടങ്ങൾ തമ്മിൽ 18 മീ. ദൂരമുണ്ട്. ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുഖലിലും 30° മേൽക്കോണിലും വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ ചുവട് 450 കീഴ്ക്കോണിലും കാണുന്നു.

ഒരുക്കം 2010

40

a) ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക

b) കെട്ടിടങ്ങളുടെ ഉയരങ്ങൽ കാണുക

c) വലിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും ചെറിയ കെട്ടിടത്തിന്റെ മുകളിലേക്ക് ഒരു പൈപ്പ് ഘടിപ്പിക്കണമെങ്കിൽ പൈപ്പിന്റെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ നീളം എന്തായിരിക്കണം?

(സൂചന: 30°, 60°, 90°, 45°, 45°, 90° എന്നീ മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ കുട്ടികളിൽ ഉറപ്പിക്കേണ്ടതാണ്.)

പ്രവർത്തനം 4

- ΔABC യിൽ $\angle B = 90^o$, $\angle A = 45^o$ AC = 16 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം എത്ര?

(സൂചന: 45°, 45°, 90° ത്രികോണത്തിന്റെ കർണവശങ്ങളിൽ നിന്നും പാദവശങ്ങൾ കാണാമല്ലോ)

- ΔPQR ൽ $\angle Q = 120^o$, PQ = 12 സെ.മീ., QR = 20 സെ.മീ.

  ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം എത്ര?

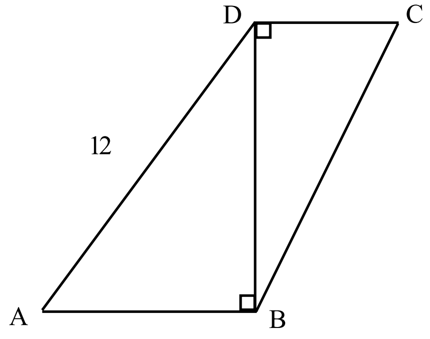
(സൂചന: P യിൽ നിന്നും QR ലേക്ക് ലംബം വരച്ച് 30°, 60°, 90° മട്ടത്രികോണം ഉണ്ടാക്കാം. R നിന്നും PQ വിലേക്ക് ലംബം വരച്ചാലും മതി.)

- ΔKLM ൽ $\angle K = 135^o$, KM = 10 സെ.മീ., KL = 16 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക.

- ΔXYZ ൽ $\angle Y = 150^o$, KM = 18 സെ.മീ., YZ = 20 സെ.മീ. ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക.

(സൂചന: ഒടുവിലത്തെ 3 പ്രവർത്തനങ്ങളിലും ഊന്നി കണ്ടെത്തുന്ന പ്രവർത്തനം സമാനമാണ്)

പ്രവർത്തനം 5



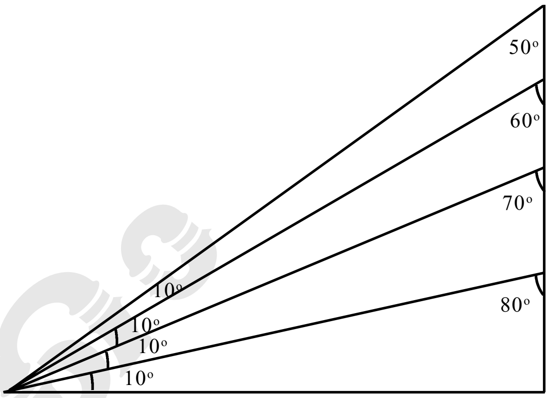
41

ലംബം ABCD യിൽ AB യ്ക്കും CD യ്ക്കും ലംബമാണ് BD എന്ന വികർണം ∠ABC = 120°, ∠ADC = 135°, BD = 12 സെ.മീ. ആയാൽ ലംബകത്തിന്റെ എല്ലാ വശങ്ങളുടെയും നീളങ്ങൾ കാണുക.

പ്രവർത്തനം – 6

ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചതുപോലെ കൃത്യമായ കോണളവുകൾ എടുത്ത് ചിത്രം പേപ്പറിൽ വലുതാക്കി വരയ്ക്കുക.

ചിത്രത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി തന്നിരിക്കുന്ന പട്ടിക കാൽക്കുലേറ്ററിന്റെ സഹായത്തോടെ പൂർത്തീകരിക്കുക.



കോൺ	എതിർവശം	സമീപവശം	കർണം	എതിർവശം / കർണം	സമീപവശം / കർണം	എതിർവശം / സമീപവശം
10°						
	ശരാശരി					
20°						
	ശരാശരി					

(സൂചന: ചിത്രത്തിൽ കോണുകളുള്ള 3 മട്ടത്രികോണങ്ങൾ ഉണ്ട്. ഇതിൽ നിന്നും 10° യുടെയും 80° യുടെയും ശരാശരി ത്രികോണമിതി വിലകൾ കണ്ടെത്താം. അതുപോലെ 20°, 70°, 90° ത്രികോണങ്ങളും 30°, 60°, 90° ത്രികോണങ്ങളും 40°, 50°, 90° ത്രികോണങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80° കോണുകളുടെ ശരാശരി ത്രികോണമിതി വിലകൾ കണ്ടെത്തിയ ശേഷം കുട്ടികൾക്ക് Sine, Cosine, tangent എന്നിവ പരിചയപ്പെടുത്തുക) കുട്ടികൾ കണ്ടെത്തിയ വിലകൾ പാഠപുസ്തകത്തിലെ പട്ടികയുമായി താരതമ്യം ചെയ്യിക്കുക. ഈ പ്രവർത്തനത്തിൽ നിന്നും ത്രികോണമിതി വിലകൾ ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളെ ആശ്രയിക്കുന്നില്ല എന്നും കോണുകളെ മാത്രമേ ആശ്രയിക്കുന്നുള്ളുവെന്നും കുട്ടികൾ തിരിച്ചറിയേണ്ടതാണ്.)

42

പ്രവർത്തനം – 7

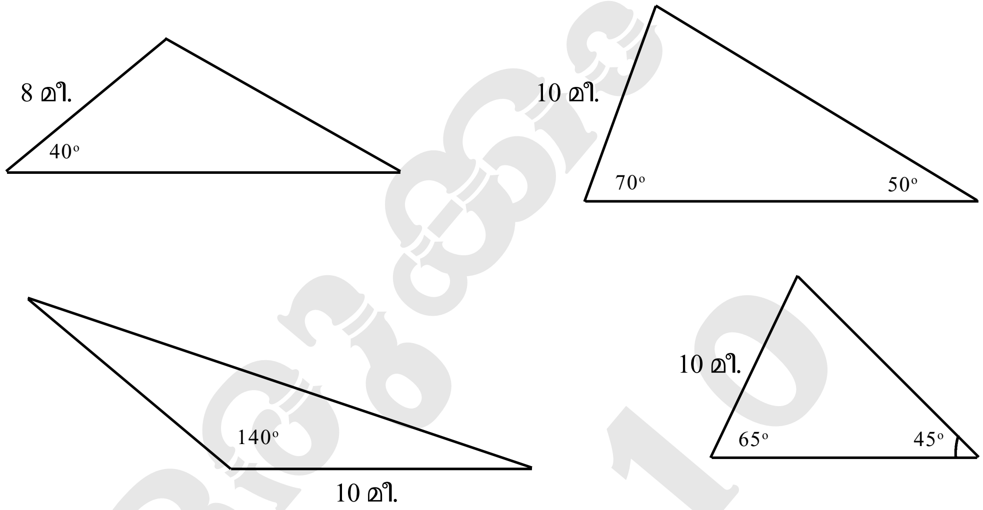
ത്രികോണം ABC യിൽ $\angle A = 50^\circ$, AB = 20 സെ.മീ., AC = 12 സെ.മീ.

a) C യിൽ നിന്നും AB യിലേക്കുള്ള ഉന്നതി എത്ര?

b) ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം എന്ത്?

പ്രവർത്തനം – 8

ചുവടെ തന്നിരിക്കുന്ന ത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള പ്ലോട്ടുകളുടെ വിസ്തീർണങ്ങൾ കണക്കാക്കുക.



ഒരുക്കം 2010

പ്രവർത്തനം – 9

a) നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും കടലിൽ നങ്കൂരമിട്ടിരിക്കുന്ന ഒരു കപ്പലിനെ 20° കീഴ്ക്കോണിൽ കാണുന്നു. ലൈറ്റ്ഹൗസിന് 110 മീറ്റർ ഉയരം ഉണ്ടെങ്കിൽ ലൈറ്റ്ഹൗസിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും കപ്പലിലേക്കുള്ള ദൂരമെന്ത്?

b) സൂര്യനെ 25° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്ന സമയത്ത് ഒരു ടവറിന്റെ നിഴലിന് 30 മീറ്റർ നീളമുണ്ട്. ടവറിന്റെ ഉയരമെന്ത്?

c) നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു മതിലിനോട് 8 മീ. നീളമുള്ള ഒരു ഏണി ചാരി വച്ചിരിക്കുന്നു. ഏണി തറയുമായി 40° കോണുണ്ടാകുന്നുവെങ്കിൽ ഏണിയുടെ മുകളറ്റം തറയിൽ നിന്ന് എന്തുയരത്തിലായിരിക്കും

d) നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഇലക്ട്രിക് പോസ്റ്റിന്റെ മുകളിൽ നിന്നും തറയിലേക്ക് സ്റ്റേ-വയർ വലിച്ചു കെട്ടിയിരുക്കുന്നു. സ്റ്റേ-വയർ തറയുമായി 65° കോൺ ഉണ്ടാകുന്നു. പോസ്റ്റിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും തറയിൽ സ്റ്റേ-വയർ കെട്ടിയ സ്ഥലത്തേക്കുള്ള ദൂരം 4 മീറ്റർ ആണെങ്കിൽ പോസ്റ്റിന്റെ ഉയരമെന്ത്? സ്റ്റേവയറിന്റെ നീളമെത്ര?

(സൂചന: ഈ പ്രവർത്തനങ്ങൾക്ക് ആവശ്യമായ ത്രികോണമിതി വിലകൾ ത്രികോണിമിതി പട്ടികയിൽ നിന്നും തിരഞ്ഞെടുക്കുവാൻ കുട്ടികളോട് നിർദ്ദേശിക്കേണ്ടതാണ്)

43

പ്രവർത്തനം – 10

a) ഒരു സമചതുരസ്തൂപികയുടെ പാർശ്വവക്കിന് 15 സെ.മീ നീളമുണ്ട്. പാർശ്വവക്കും പാദവും തമ്മിലുള്ള കോൺ 55° ആണ്.

- പാർശ്വോന്നതി എത്ര?
- പാദവക്കിന്റെ നീളം എത്ര?
- സ്തൂപികയുടെ പാർശ്വമുഖ വിസ്തീർണം എത്ര?

b) 5 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ള ബിന്ദുവിൽ നിന്നും വൃത്തത്തിലേക്ക് വരച്ചിരിക്കുന്ന 2 സ്പർശരേഖകൾക്കിടയിലുള്ള കോൺ 80° ആണ്.

- ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക
- സ്പർശരേഖകളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുക
- കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ബാഹ്യബിന്ദുവിലേക്കുള്ള ദൂരമെന്ത്?

c) 8 സെ.മീ ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ഞാണാണ് AB.

$\angle AOB = 70^o$

- ഞാണിന്റെ നീളമെന്ത്?
- വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ നിന്ന് ഞാണിലേക്കുള്ള ദൂരമെത്ര?

d) ഒരു തലത്തിലെ ബിന്ദുവാണ് A $(x, 4)$ O ആധാരബിന്ദുവും OA എന്ന രേഖ X അക്ഷവുമായി 50° കോൺ ഉണ്ടാക്കുന്നു. x ന്റെ വിലയെത്ര? OA യുടെ നീളമെന്ത്?

പ്രവർത്തനം 11

ചുവടെ തന്നിട്ടുള്ള പട്ടികയിൽ A കോളത്തിലുള്ളവയ്ക്ക് സമാനമായ B കോളത്തിൽ നിന്ന് കണ്ടെത്തുക.

A	B
$\sin^2 A + \cos^2 A$	$\sec^2 A$
	$\cot A$
$1 + \tan^2 A$	$\cos A$
	$\sin^2 A$
$\frac{1}{\sec A}$	$\text{cosec } A$
$\sec^2 A - 1$	$\tan A$
$1 + \cot^2 A$	$\tan^2 A$
$\frac{1}{\cos A}$	1
$1 - \cos^2 A$	$\text{cosec}^2 A$
	$\sec A$

44

പ്രവർത്തനം 12

a) tan A = 1 ആയാൽ sin A, cos A, sec A, cosec A ഇവ എഴുതുക.

- $\sin^2 A + \cos^2 A$ യുടെ വില കണ്ടെത്തുക
- യുടെ വില tan A യുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

b) sin A = .6 ആയാൽ cos A, tan A, sec A, cosec A ഇവ കാണുക

- $\tan^2 A - \sec^2 A$ യുടെ വില കാണുക
- $\frac{\tan A}{\sec A}$ യുടെ വില sin A യുമായി എങ്ങനെ ബന്ധുപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

c) sin A = $\frac{5}{13}$ ആയാൽ sin A, tan A, sec A, cosec A ഇവ കാണുക

- $\text{cosec}^2 A - \cot^2 A$ യുടെ വില കാണുക
- യുടെ വില cos A യുമായി എങ്ങനെ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

ഒരുക്കം 2010

$\frac{\text{1sect A}}{\text{3osec A}}$

45

ത്രികോണമിതി – മൂല്യനിർണയം

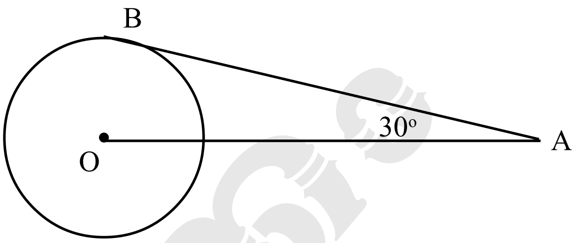
ആകെ സമയം: 30 മിനിറ്റ്

സ്കോർ: 15

---

1) $\tan A = 2$ ആയാൽ $\sin A$, $\cos A$ കാണുക (3)

2)



ചിത്രത്തിൽ O വൃത്തകേന്ദ്രവും സ്പർശരേഖയുമാണ് $\angle OAB = 30^\circ$. AB വൃത്തത്തിന് 6 സെ.മീ. ആരമുണ്ടെങ്കിൽ OA, AB ഇവയുടെ നീളം കാണുക. (2)

3) ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കാർഡ്ഷീറ്റിന്റെ നീളം 15 സെ.മീ ഉം വീതി 6 സെ.മീ ഉം ആണ്. ഇതിൽ നിന്നും ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ 2 മട്ടത്രികോണങ്ങൾ മുറിച്ചു മാറ്റുന്നു. ശേഷിച്ച ലംബകത്തിന്റെ വശങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾ കാണുന്നു. (3)

4) ΔABC യിൽ AB = 10 സെ.മീ.,, AC = 15 സെ.മീ.,, $\angle A = 50^\circ$. ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണുക. (2)

5) നിരപ്പായ തറയിൽ കുത്തനെ നിൽക്കുന്ന ഒരു മരത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ നിന്നും 40 മീ അകലെ നിൽക്കുന്ന കുട്ടി മരത്തിന്റെ അഗ്രം 35° മേൽക്കോണിൽ കാണുന്നു. മരത്തിന്റെ ഉയരമെത്ര? (3)

6) ചുവടെകൊടുത്തിരിക്കുന്നവ പൂർത്തീകരിക്കുക.

- $1 - \sin^2 A$ = ...
- $\sec^2 A - \cos^2 A$ = ...
- $\dfrac{\sin A}{\cos A}$ = ...
- $\tan A \,.\, \cot A$ = ... (2)

ഒരുക്കം 2010

46